

VŠB – Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra aplikované matematiky

Aplikace teorie grafů v dopravě

Applied Graph Theory in Traffic Modelling

Zadání diplomové práce

Student:

Bc. Lubomír Pavlas

Studijní program:

N2647 Informační a komunikační technologie

Studijní obor:

1103T031 Výpočetní matematika

Téma:

Aplikace teorie grafů v dopravě
Applied Graph Theory in Traffic Modelling

Jazyk vypracování:

čeština

Zásady pro vypracování:

Vrcholová a hranová barvení grafů se využívají při modelování reálných situací jako nástroj popisující stejné nebo různé vlastnosti množin vrcholů. Při sestavování rozvrhů barvy obvykle interpretují jistý časový interval nebo místo. Pro optimalizaci řízení dopravních proudů křižovatkou lze využít modelů z teorie grafů, ve kterých hledáme dobré vrcholové barvení s co nejmenším počtem barev (barvy odpovídají fázím křižovatky).

Smyslem práce je rozbor stávajících metod, které se používají při návrhu fází křižovatek (včetně mezičasů), jejich popis v jazyce teorie grafů a jejich srovnání. Součástí práce budou exaktní algoritmy pro barvení i pro více barev některých hran. Dále se očekává rozbor navazujících křižovatek v rámci jednoho hlavního tahu, řešení pro vybrané konkrétní křižovatky v regionu, porovnání stávajících signálů křižovatky a nalezených optimálních řešení.

Práci lze rozdělit do následujících částí:

- studium klasických metod řízení dopravy a metod teorie grafů v oblasti modelování dopravy,
- rozbor a srovnání známých algoritmů včetně uvážení mezičasů a návazností,
- srovnání teoretických a skutečných fází křižovatky,
- kritické zhodnocení teoretických výsledků.

Seznam doporučené odborné literatury:

- S. Palúch, Algoritmická teória grafov, Žilinská Univerzita, 2008.
 - Kenneth H. Rosen: Discrete Mathematics and Its Applications - 6th ed., McGraw-Hill, New York NY, 2007.
 - Nicos Christofides: Graph theory - an Algorithmic Approach, Academic Press, London (1975).
 - D. West, Graph Theory, Prentice-Hall, Upper Saddle River NJ, 2001.
 - PINEDO, M.: Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems (2nd Edition), Prentice Hall; 2 edition, 2001.
- Další literatura dle pokynů školitele.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **doc. Mgr. Petr Kovář, Ph.D.**

Datum zadání: 01.09.2016

Datum odevzdání: 28.04.2017



doc. RNDr. Jiří Bouchala, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. RNDr. Václav Snášel, CSc.
děkan fakulty

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně. Uvedl jsem všechny literární
prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.

V Ostravě 18.4.2017

Michal Páry
.....

Rád bych na tomto místě poděkoval doc. Mgr. Petru Kovářovi, Ph.D. za všechny čas, trpělivost, rady a pomoc co mi při psaní diplomové práci poskytl. Dále bych rád poděkoval doc. Ing. Dušanu Teichmannovi, Ph.D. a Ing. Filipu Treslerovi, Ph.D. za poskytnutí materiálů pro tvorbu a cenné informace v rámci konzultace. V neposlední řadě bych rád poděkoval své přítelkyni a rodině za podporu během psaní práce i během celého studia.

Abstrakt

Ve své diplomové práci se budu zabývat návrhem zelené vlny libovolného počtu křižovatek. Každá křižovatka se řídí pomocí signálního plánu, který udává, kdy a v jakém pořadí se objeví na SSZ zelená. Signální plány jsem volil na základně své bakalářské práce z roku 2015. Aby byla zelená vlna efektivní, správná volba signálního plánu je nezbytně nutná. V druhé kapitole popíšeme teorii zelené vlny, dále zavedeme a vysvětlíme pojem ztráta, ukážeme, jak lze zvolit správný signální plán pomocí grafické metody a postupně se dostaneme k metodě analytické, pomocí které budeme moci zvolit vhodný signální plán pro libovolnou vzdálenost dvou křižovatek. V předposlední kapitole popíšeme, jak se provádí koordinace v praxi a v poslední kapitole předvedeme dva exaktní algoritmy pro barvení grafů, které lze použít pro sestavení signálních plánů. V závěru shrneme námi získané výsledky s metodou, která se používá pro koordinaci v praxi.

Klíčová slova: křižovatka, ztráta, signální plán, zelená vlna

Abstract

In my thesis I deal with the plan of the green wave of any number of intersections. Each intersection is controled by a signaling plan that indicates when and in which order on the traffic lights appears green. I chose the signaling plans at the base of my bachelor thesis from year 2015. To make the green wave effective, the correct choice of the signaling plan is absolutely necessary. In the second chapter we describe the theory of a green wave, we introduce and explain the concept of the so called loss, we show how to select the best signaling plan using the graphical method and gradually get to the analytical method, by means of which we can choose a suitable signal plan for any distance of two intersections. In the penultimate chapter we describe how the coordination is done in practice and in the last chapter we present two exact algorithms for graphs coloring, which can be used for composition of signaling plans. In the conclusion, we summarize the results obtained by the method used for coordination in practice.

Key Words: intersection, loss, signaling plan, green wave

Obsah

Seznam použitých zkratk a symbolů	8
Seznam obrázků	9
Seznam tabulek	10
1 Úvod	11
2 Základní informace pro pochopení koordinace zelené vlny	13
2.1 Úvod	13
2.2 Ukázky fiktivních koordinovaných tahů	13
2.3 Koordinovaný tah s konkrétní základní křižovatkou	16
3 Volba nejlepšího signálního plánu pro konkrétní vzdálenost křižovatek – grafická metoda	22
3.1 Koordinovaný tah ze čtyř křižovatek v různé vzdálenosti.	25
4 Volba nejlepšího signálního plánu v závislosti na libovolné vzdálenosti křižovatek – analytická metoda	29
4.1 Analytické výpočty pro určení ztráty	29
4.2 Příklad užití	45
5 Koordinace zelené vlny podle Technických podmínek 81	47
5.1 Volba progresivní rychlosti	47
5.2 Volba délky cyklu	47
5.3 Předpoklady a okrajové podmínky	47
5.4 Řízení zelené vlny	48
5.5 Druhy koordinace v zelené vlně	48
5.6 Rychlostní signály	49
5.7 Postup návrhu koordinovaného tahu užívaný v praxi	51
6 Exaktní algoritmy pro barvení grafů	53
6.1 Lawlerův algoritmus	53
6.2 Exaktní algoritmus s polynomiální pamětí	54
7 Závěr	56
Literatura	58

Seznam použitých zkratek a symbolů

SP	– Signální plán
$f(x)$	– Funkce závislá na vzdálenosti x
SSZ	– Světelné signalizační zařízení – semafor
G	– Označení grafu
$\chi(G)$	– Chromatické číslo grafu G

Seznam obrázků

1	Ideální stav - vozidla v obou směrech projíždějí plynule [1, s. 2]	14
2	Koordinační rychlost se liší od progresivní rychlosti [1, s. 3]	15
3	Koordinační rychlost se liší od progresivní rychlosti příklad 2 [1, s. 4]	16
4	Základní křižovatka	17
5	Základní křižovatka - stejná vzdálenost 600 m a progresivní rychlost 50 km/h . .	18
6	Základní křižovatka - různá vzdálenost a progresivní rychlost 50 km/h	19
7	Základní křižovatka - různá vzdálenost, dva použité signální plány a progresivní rychlost 50 km/h.	20
8	Základní křižovatka - různá vzdálenost, tři použité signální plány a progresivní rychlost 50 km/h.	21
9	Signální plán 1 - vzdálenost 150 m	23
10	Signální plán 1 - vzdálenost 250 m	24
11	Signální plán 1 - vzdálenost 350 m	25
12	Diagram pro čtyři křižovatky - správně použité signální plány	26
13	Diagram pro čtyři křižovatky - špatně použité signální plány na k3 a k4	27
14	Speciální signální plán SP4	28
15	Ukázka hledané ztráty	30
16	Rovnice přímk h a g pro směr zleva doprava	31
17	Rovnice přímk h a g pro směr zprava doleva	32
18	Schéma signálních plánů SP1, SP2, SP3	33
19	Ukázka ztráty	35
20	Ukázka ztráty SP3 - ztráta nahoře a dole	36
21	Funkce ztráty pro dvojici SP1-SP1. Osa x značí vzdálenost a osa y značí ztrátu. .	39
22	Funkce ztráty pro dvojici SP1-SP2. Osa x značí vzdálenost a osa y značí ztrátu. .	40
23	Funkce ztráty pro dvojici SP1-SP3. Osa x značí vzdálenost a osa y značí ztrátu. .	40
24	Kompletní graf pro odečet ztráty s počátečním plánem SP1.	41
25	Kompletní graf pro odečet ztráty s počátečním plánem SP2.	44
26	Kompletní graf pro odečet ztráty s počátečním plánem SP3.	44
27	Schéma tří křižovatek.	45
28	Schéma tří křižovatek s doplněnými SP.	46
29	Exaktní algoritmus s polynomiální pamětí	55

Seznam tabulek

1	Tabulka signálních plánů	27
---	------------------------------------	----

1 Úvod

Tato diplomová práce je zaměřena na navrhnutí zelené vlny pro libovolný počet křižovatek. Pro úspěšný návrh budeme potřebovat pro každou křižovatku, která je součástí zelené vlny, zvolit signální plány, které zjistíme pomocí postupu popsaného v mé bakalářské práci. Správná volba signálního plánu na všech křižovatkách je důležitým faktorem pro plynulý průjezd. Na začátek si řekneme něco o teorii zelené vlny, v další kapitole práce se podíváme na správnou volbu signálního plánu pomocí grafické metody pro konkrétně zadanou vzdálenost dvou křižovatek a poté grafickou metodu zobecníme na metodu analytickou. V páté části se podíváme, jak se navrhuje zelená vlna v praxi, a co vše musí splňovat. V poslední kapitole si předvedeme dva exaktní algoritmy pro barvení grafů využívané při sestavování signálních plánů.

Má závěrečná práce s názvem *Aplikace teorie grafů v dopravě* se skládá z úvodu, základních informací pro pochopení koordinace řízení zelené vlny, grafické metody pro konkrétní vzdálenosti, zobecnění grafické metody na analytickou metodu, koordinace vlny podle Technických podmínek 81 a exaktních algoritmů pro barvení grafů.

V kapitole 2 Základní informace pro pochopení koordinace zelené vlny popíšeme, co vlastně zelená vlna je, zavedeme pojmy jako například cyklus, koordinační rychlost a vysvětlíme konstrukci diagramu dráha – čas, pomocí kterého se zelená vlna zakresluje. Na konci kapitoly ukážeme příklady, na kterých konstrukci diagramu předvedeme.

V části 3 Volba nejlepšího signálního plánu pro konkrétní vzdálenost křižovatek si ukážeme, jak navrhnout optimální signální plán pro navazující křižovatku. Stěžejní pojem pro správnou volbu signálního plánu je tzv. ztráta, která nám popisuje dobu, kterou musí vozidla před každou křižovatkou čekat na zelenou. Tato doba jde zkrátit právě pomocí vhodné volby signálního plánu. Pro různé vzdálenosti jsou vhodné jiné signální plány. V této kapitole si ukážeme správnou volbu pro vzdálenosti 150 m, 250 m a 350 m.

V kapitole 4 Volba nejlepšího signálního plánu pro libovolnou vzdálenost křižovatek zobecníme metodu grafickou. Ukážeme, jak volit vhodný signální plán pro libovolnou vzdálenost dvou křižovatek. Metodě říkáme analytická proto, protože ztrátu již nebudeme odečítat ze zakresleného diagramu, ale vytvoříme funkci popisující ztrátu, která nám pro jednotlivé signální plány ztrátu vyčíslí v závislosti na vzdálenosti druhé křižovatky. Je nutné vytvořit pro každý signální plán funkci popisující ztrátu. Pro efektivní odečítání výsledného signálního plánu, zakreslíme všechny funkce do soustavy kartézských souřadnic a nalezneme minimum.

V kapitole 5 s názvem Koordinace zelené vlny podle Technických podmínek TP 81 si popíšeme teorii, která popisuje návrh zelené vlny do větších detailů. Například, že je třeba počítat se stavem vozovky, počtem jízdních proudů, apod. Součástí této kapitoly jsou i informace, které jsem získal z konzultace s doc. Ing. Dušanem Teichmannem, Ph.D. a Ing. Filipem Treslerem, Ph.D. z institutu dopravy.

V poslední kapitole pro úplnost předvedeme dva exaktní algoritmy pro barvení grafů, které lze využít k sestavení signálního plánu.

V závěru si shrneme všechny námi získané výsledky a provedeme zhodnocení, zda jsou metody pro návrh zelené vlny vhodné, či nikoliv.

2 Základní informace pro pochopení koordinace zelené vlny

2.1 Úvod

Koordinace dopravy v tzv. zelené vlně je zajištěna vhodnou volbou signálních plánů pro všechny křižovatky, které jsou součástí zelené vlny. Zelená vlna složí k tomu, aby mohla vozidla při určité rychlosti projet co nejvíce křižovatek bez nutnosti zastavení. Koordinuje se hlavní tah křižovatky, ale musí být zohledněn i prostor pro vedlejší proudy.

Nyní si řekneme pár termínů, které se v textu objeví:

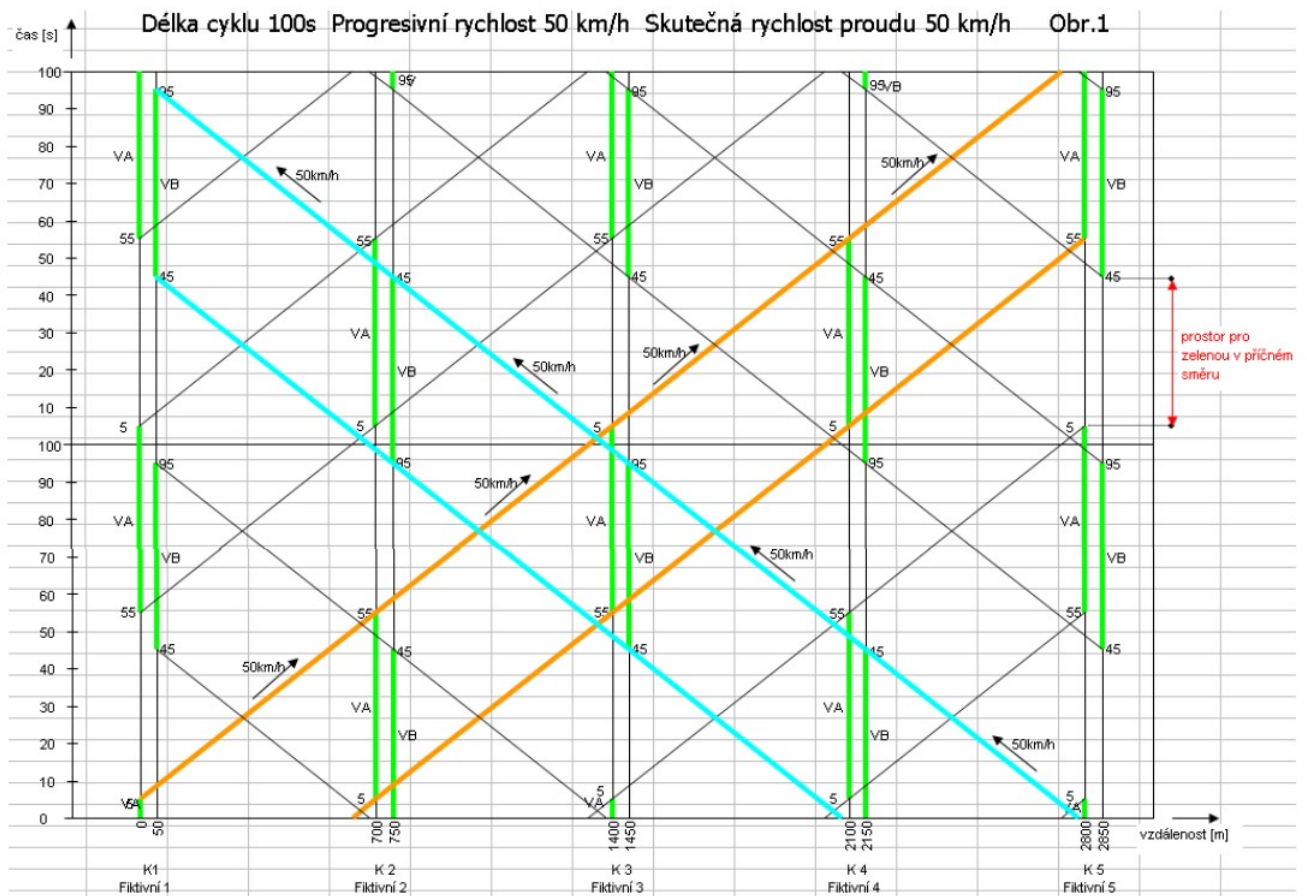
- **Koordinační rychlost** - je rychlost, kterou se svazek vozidel skutečně pohybuje.
- **Progresivní rychlost** - je rychlost teoretická. Používá se pro výpočet a návrh koordinovaného tahu. Z pravidla je to maximální povolená rychlost v koordinovaném úseku. Může ale být i nižší. V diagramu dráha – čas je znázorněna sklonem.
- **Cyklus** - je opakující se časová posloupnost signálních plánů. Předpokladem pro koordinované řízení je stejná délka cyklu na všech křižovatkách. Zpravidla se používá 80 s nebo 100 s. V naší práci budeme pracovat s cyklem dlouhým 100 s.

Koordinace zelené vlny má smysl pouze v případě, pokud je maximální vzdálenost mezi křižovatkami 750 m (ve výjimečných případech 1000 m). Křižovatky, které jsou zahrnuty do koordinovaného úseku, se nejlépe znázorňují diagramem dráha – čas. Pohyb vozidel na tomto diagramu je znázorněn příčnou čarou. Na obrázku 1 je oranžovou barvou znázorněn pohyb vozidel v jednom směru (zleva doprava) a modrou barvou je znázorněn směr opačný.

2.2 Ukázky fiktivních koordinovaných tahů

V bakalářské práci jsem se zabýval optimalizací křižovatek pomocí tzv. pevného signálního plánu. Jedná se o takový plán, kde se v jednom cyklu stále dokola střídají jednotlivé fáze. Nyní si ukážeme několik ukázkových diagramů, které počítají právě s tím, že křižovatky, které obsahují zelenou vlnu, jsou řízeny pevným signálním plánem. V takovém případě lze téměř vždy navrhnout průjezd zelenou vlnou plynule v jednom směru.

Všimneme si, že diagram 1 je v závislosti dráha – čas. Vidíme, že v rámci jedné zelené vlny se nachází 5 fiktivních křižovatek. Všechny křižovatky mají od sebe stejnou vzdálenost – 700 m (později se dostaneme k situacím, kde vzdálenost křižovatek je odlišná). Oranžové příčné čáry nám popisují jízdu vozidel v jednu směru (první čára je první vozidlo ve svazku a druhá čára je poslední vozidlo ve svazku) a modré čáry nám popisují jízdu v druhém směru zelené vlny. Ideální řešení je, když oba dva směry mohou bez zastavení projet všechny křižovatky najednou. Z diagramu je patrné, že se jedná právě o takovou situaci, kde se dá zelená vlna projet bez zastavení a to v obou směrech. Aby se podařilo takovou situaci navrhnout, je potřeba, aby byla geometrie



Obrázek 1: Ideální stav - vozidla v obou směrech projíždějí plynule [[1, s. 2]

všech křižovatek (tvar křižovatek) stejná nebo co nejvíce podobná a aby nebyla na cestě žádná překážka atd. Dále je zelená vlna počítaná s progresivní rychlostí 50 km/h. Pokud by nějaký řidič jel rychleji či pomaleji (také si ukážeme takový diagram), byl by porušen předpoklad rychlosti 50 Km/h a zelená vlna by už nemusela vycházet. Je důležité dodat, že diagram se sestavuje pouze pro hlavní směr, kde je požadovaný plynulý průjezd. Na diagramu si všimneme, že mezi jednotlivými křižovatkami je prostor pro zelenou i pro kolizní směry. Zde ale není požadavek na plynulost. Sklon příčné čáry nám říká, jakou rychlostí se dané vozidlo pohybuje. Můžeme jej vypočítat podle jednoduchého vzorce z fyziky:

$$t = \frac{s}{v}.$$

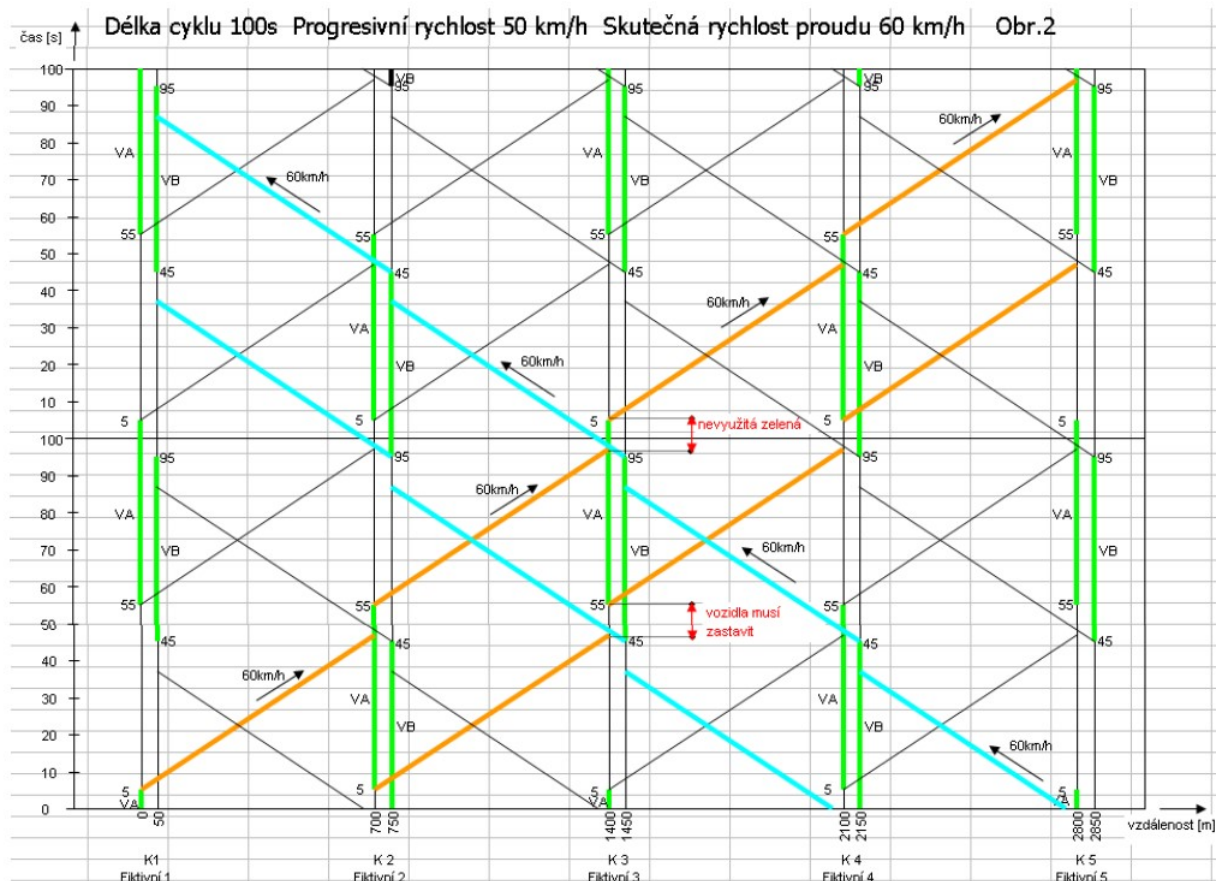
Po dosazení hodnot z diagramu získáme, že

$$t = \frac{700}{13,8}$$

a

$$t \approx 50 \text{ s.}$$

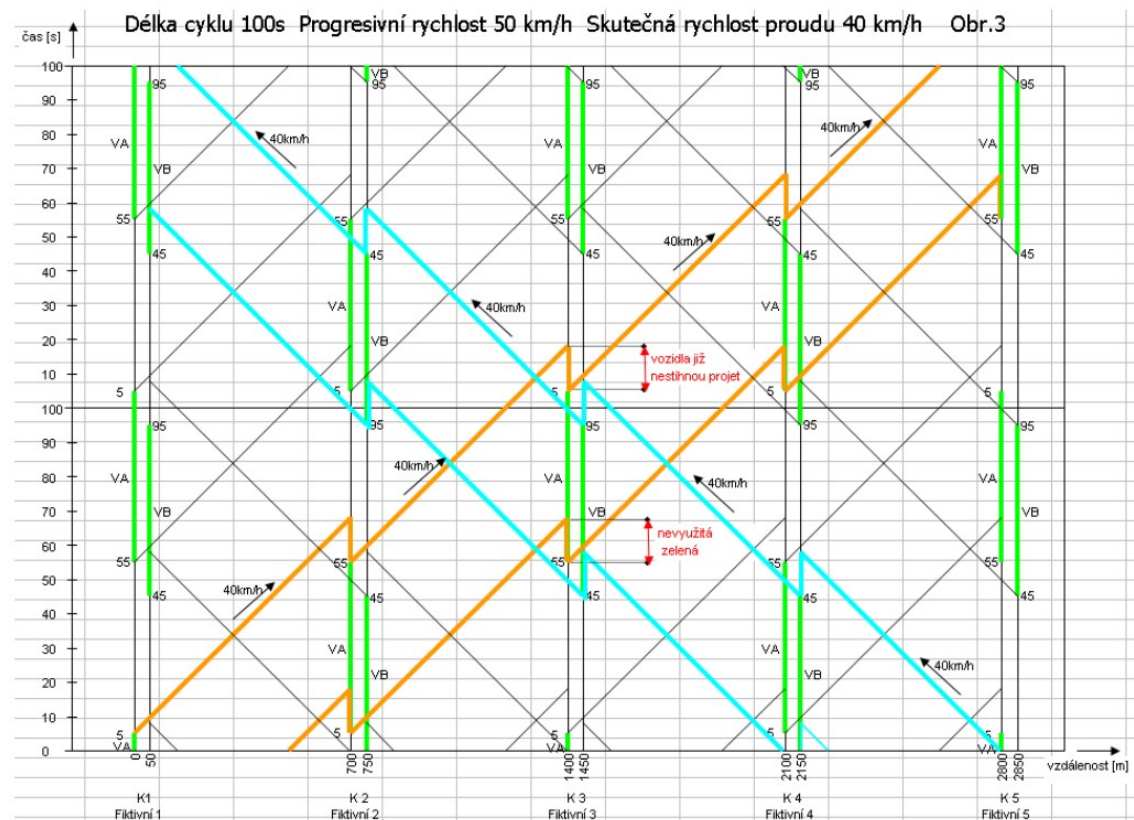
Sklon je pro určování zelené vlny jeden z nejdůležitějších vstupů, protože kdyby řidiči jeli o něco pomaleji/rychleji, už bychom nedosáhli plynulého průjezdu.



Obrázek 2: Koordinační rychlost se liší od progresivní rychlosti [1, s. 3]

Nyní si ukážeme další případ. Bude se jednat znovu o 5 fiktivních křižovatek za sebou se stejnou vzdáleností - 700 m. Rozdíl bude v tom, že skutečná rychlost aut bude 60 km/h, zatímco progresivní (rychlost, se kterou se navrhuje zelená vlna) je 50 km/h (viz diagram 2). Nyní už vidíme, že řidiči, kteří jedou v oranžovém směru jako první, přijedou k další křižovatce o 5 s dříve a musí počkat (pokud by jeli 50 km/h, čekat by nemuseli). Nastává situace, kdy máme nevyužitou zelenou (viz diagram 2). Jelikož jsou všechny fiktivní křižovatky stejné a vzdálenost také, opakuje se situace s čekáním u všech křižovatek ve sledu. Stejně pak v opačném - modrém směru.

Podobná situace nám nastane, pokud řidiči pojedou nižší rychlostí (diagram 3). V diagramu vidíme, že řidiči, kteří přijedou do další křižovatky jako první, tak stihnou zelenou. Ovšem řidiči, kteří přijedou jako poslední, zelenou nestihnají a musejí čekat na další. Dochází ke zdržení cca $\frac{1}{5}$



Obrázek 3: Koordinace rychlosti se liší od progresivní rychlosti příklad 2 [1, s. 4]

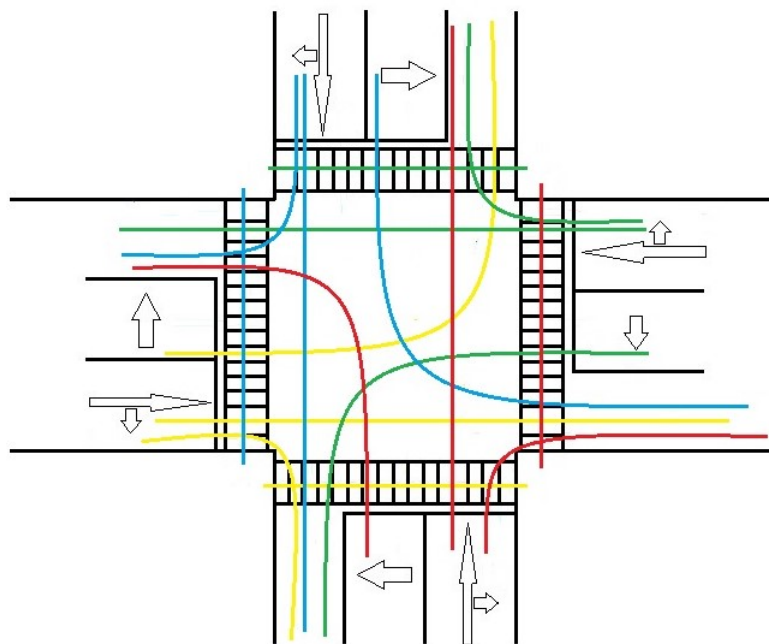
řidičů.

Ukázali jsme si několik základních situací a řekli teorii, kterou budeme potřebovat v následujícím textu. V dalších případech budeme diagramy zakreslovat pomocí programu Excel. Tudíž bude design diagramu jiný. Princip bude ale stále stejný.

2.3 Koordinovaný tah s konkrétní základní křižovatkou

Nyní se podíváme na konkrétní základní křižovátku 4 a ukážeme si, jak by vypadaly různé diagramy. Dodám, že v bakalářské práci lze najít, jak by se taková základní křižovátka optimalizovala a jaké je nejlepší pořadí jednotlivých fází.

Budeme pracovat s hlavním tahem, který je tvořený ve směru zleva doprava žlutou barvou a ve směru zprava doleva zelenou barvou. Ostatní dvě fáze (červená a modrá) budeme momentálně považovat za vedlejší, které nás v případě zelené vlny nezajímají. Pro začátek budeme pracovat se dvěma a třemi křižovatkami stejného typu za sebou 4 a budeme se snažit podle vzdálenosti křižovatek zvolit takový signální plán na každé křižovatce, aby byl průjezd zelenou vlnou plynulý nebo se aspoň plynulosti blížil.



Obrázek 4: Základní křižovatka

2.3.1 Příklad 1

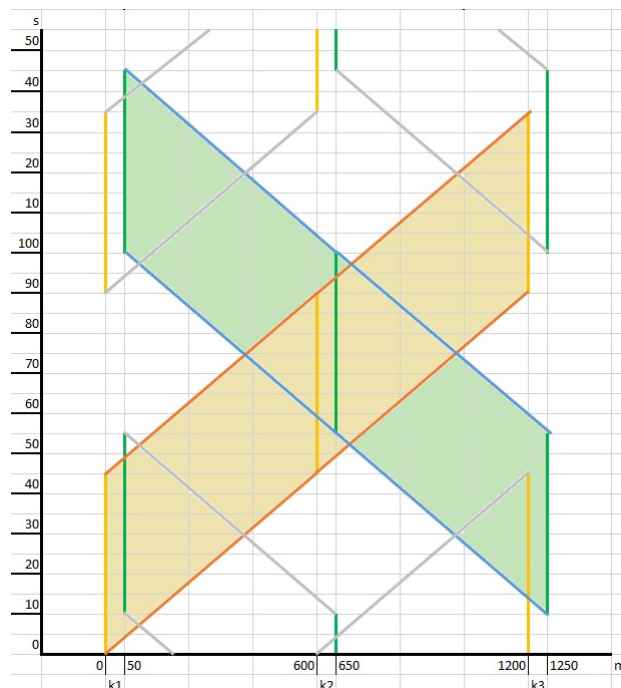
Jako první si ukážeme situaci tří křižovatek za sebou ve vzdálenosti 600 m s progresivní i koordinační rychlostí 50 km/h 5 .

Vzdálenost jednotlivých křižovatek je 600 m a koordinační rychlost činí 50 km/h. Po dosazení do vzorečku pro výpočet času zjistíme, že příčná čára vede z 0 do 45 s. Všimneme si, že u všech tří křižovatek má zelená fáze 10 s "náskok". Je to z toho důvodu, že v těchto deseti sekundách mohou jet i vozidla která odbočují z hlavního směru vlevo. Na konci má opět 10 s čas protisměr. Tento systém budeme volit i v následujících diagramech. Z demonstračního důvodu zvolíme dobu trvání zelené na světelných signalizačních zařízeních (SSZ) 45 s. Tato doba se samozřejmě odvíjí od provozu danou křižovatkou. Všimneme si, že na všech třech křižovatkách je navržen stejný signální plán a průjezd všemi křižovatkami je zcela plynulý, pokud řidiči dodrží rychlost 50 km/h. V dalších případech si ukážeme, že pokud změníme signální plán na některé z křižovatek, můžeme dosáhnout lepších výsledků.

2.3.2 Příklad 2

Nyní si ukážeme situaci (diagram 6), kdy budeme mít tři stejné křižovatky 4, kde každá bude mít jinou vzdálenost od druhé. V praxi se málo kdy setkáme se situací, že bychom měli dvě či více křižovatek ve stejné vzdálenosti od sebe.

U všech křižovatek jsme opět nastavili stejný signální plán. Také jsme museli změnit sklon příčných čar mezi křižovatkami k2 a k3, jelikož je jejich vzdálenost 200 m (sklon bude 14. Nebo-li doba potřebná k ujetí vzdálenosti 200 m při progresivní rychlosti 50 km/h) a vzdálenost



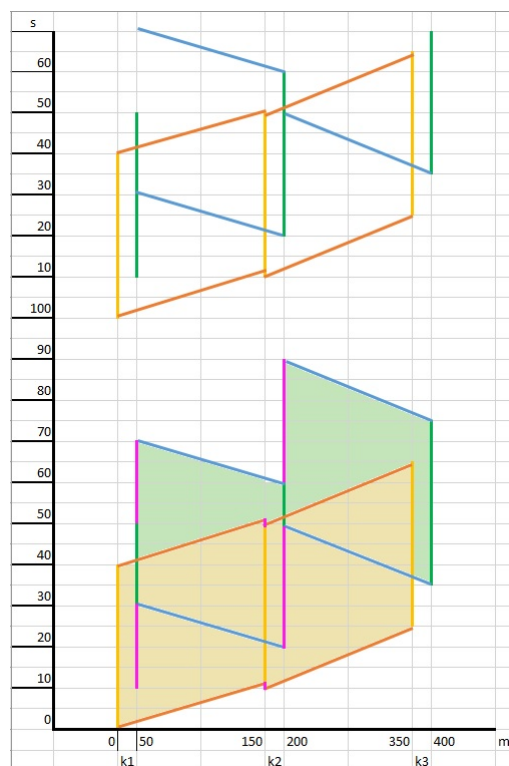
Obrázek 5: Základní křižovatka - stejná vzdálenost 600 m a progresivní rychlost 50 km/h

křižovatek k1 a k2 je jen 150 m (sklon bude 11). Z diagramu vyplývá, že směr zleva doprava je celkem plynulý. Vzniká nám zde pouze 1 s odchylka. Naopak protisměr je velice neplynulý. Dá se říct, že pouze cca $\frac{1}{4}$ řidičů projede na zelenou. Pokud bychom spočítali celkovou ztrátu času (na diagramu je tato doba znázorněna růžovou barvou), kdy svítí na SSZ zelená a dobu, kdy musí řidiči zastavit, protože přijeli příliš brzo, tak zjistíme, že celková ztráta je 104 s. Přesněji - 2 s ztratí směr ve směru zleva doprava a 102 s ztratí směr zprava doleva. Nastala nám situace, kdy jeden směr je optimalizovaný, ale druhý směr ne. Což nesplňuje požadavky na zelenou vlnu.

2.3.3 Příklad 3

Pokusíme se tuto situaci vyřešit tím, že upravíme či změníme signální plány na křižovatkách k2 a k3.

Na obrázku číslo 7 vidíme opět 3 křižovatky ve stejné vzdálenosti jako v předchozím případě, ale už na první pohled je jasné, že bude průjezd plynulejší. Změnili jsme signální plán na křižovatce 2 tak, že jsme prohodili pořadí směrů. Nejdříve pojede směr zprava doleva a až poté zleva doprava (7). U třetí křižovatky jsme použili stejný signální plán jako u druhé, jen jsme nechali na SSZ zelenou barvu pro směr zprava doleva delší dobu a aby nám to vycházelo pěkně, tak jsme ještě zkrátili dobu zelené na SSZ na 35 s. Pokud bychom opět spočítali celkovou ztrátu času (na diagramu je tato doba znázorněna růžovou barvou), kdy svítí na SSZ zelená a dobu, kdy musí řidiči zastavit, protože přijeli příliš brzo, tak se jedná o 34 s. Přesněji, směr zprava doleva ztratí 17 s a opačný směr také 17 s. Což už je znatelně lepší, než předchozí situace.



Obrázek 6: Základní křižovatka - různá vzdálenost a progresivní rychlost 50 km/h

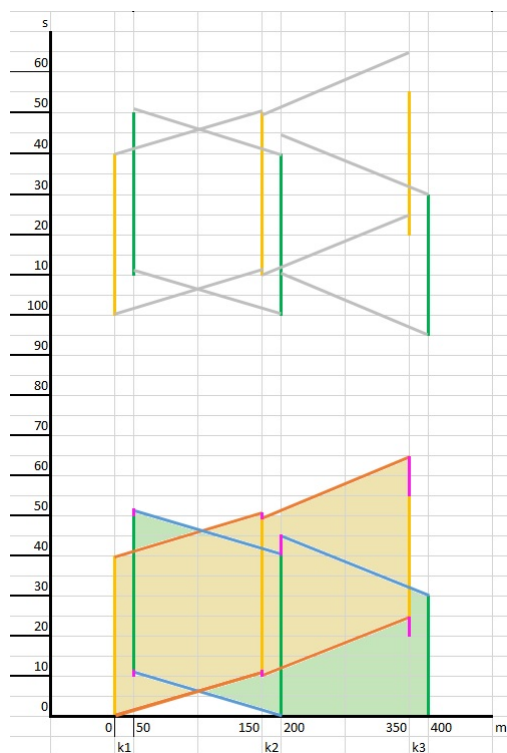
2.3.4 Příklad 4

Ukážeme si ještě jednu možnost, jak navrhnout plynulejší průjezd všemi křižovatkami a to takovou, že na každé křižovatce bude jiný signální plán (v předchozí situaci byl na druhé a třetí křižovatce stejný).

Na obrázku 8 vidíme opět tři křižovatky a na prvních dvou (k1 a k2) máme použity stejné signální plány jako v předchozím případě. Rozdíl nastává u křižovatky třetí. Je zde nastavený signální plán, kde jednotlivé fáze vstupují v pořadí:

zelená - žlutá - červená - zelená - žlutá - modrá - zelená - žlutá - červená atd.

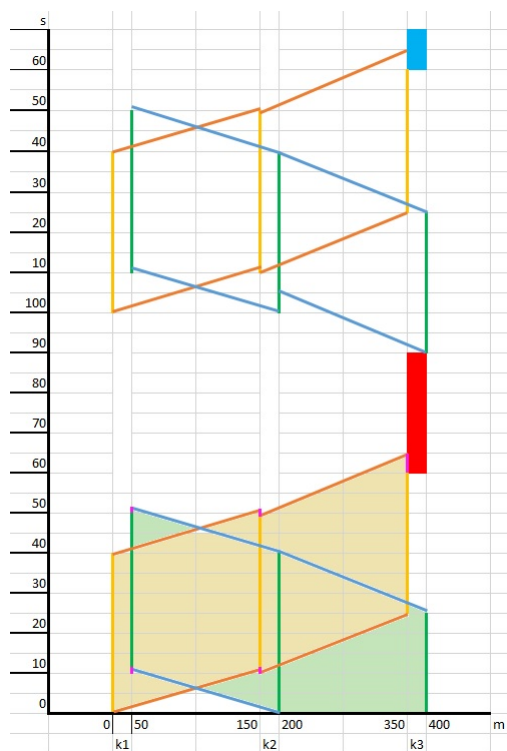
Oproti hlavnímu tahu, vedlejší tahy (fáze červená a modrá) budou mít zelenou na SSZ co druhý cyklus. Tato možnost je výhodná v případě, pokud je malý provoz ve vedlejších pruzích, ale velký na hlavních. Také bylo třeba upravit dobu, po kterou na SSZ svítí zelená. Abychom dodrželi délku cyklu 100 s jako tomu bylo u dvou předchozích křižovatek, tak jsme zkrátili dobu trvání zelené na SSZ na 35 s. Bylo třeba také nastavit čas pro červenou fázi a modrou fázi. U signálního plánu na křižovatce 2 byla zvolena doba pro obě dvě fáze na 50 s. Pro tento signální plán zvolíme pro červenou i modrou fázi 30 s. Zkusíme opět spočítat celkovou ztrátu času, kdy svítí na SSZ zelená a dobu, kdy musí řidiči zastavit, protože přijeli příliš brzo (na diagramu je tato doba znázorněna růžovou barvou). Ve směru zprava doleva je ztráta 7 s a v opačném směru také 7 s. Součet činí 14 s a získáváme ještě lepší výsledky než v předchozí situaci. Je třeba ale



Obrázek 7: Základní křižovatka - různá vzdálenost, dva použité signální plány a progresivní rychlost 50 km/h.

dodat, že tyto výsledky jsou lepší na úkor zkrácení doby zelené na SSZ a volby signálního plánu, kde vedlejší fáze (červená a modrá) jsou do křižovatky vpuštěny co druhý cyklus.

Můžeme říct, že vhodnou úpravou signálního plánu či jeho změnou, lze docílit plynulejšího průjezdu křižovatkami, ale v některých případech je třeba dobře volit, zda volba signálního plánu hodně neomezí provoz na vedlejších tazích.



Obrázek 8: Základní křižovatka - různá vzdálenost, tři použité signální plány a progresivní rychlost 50 km/h.

3 Volba nejlepšího signálního plánu pro konkrétní vzdálenost křižovatek – grafická metoda

V této části se zaměříme na modelovou situaci, pomocí které si ukážeme plynulý průjezd čtyř křižovatek. Křižovatky od sebe mohou být vzdáleny 150, 250 nebo 350 m. Všechny křižovatky budou stejné jako na obrázku 4. Stejně jako v předešlých případech budeme předpokládat, že progresivní rychlost je 50 km/h.

Abychom mohli s jistotou říct, že náš návrh je optimální, musíme si nejdříve nakreslit diagramy, ve kterých znázorníme vždy dvě křižovatky a budeme se snažit, aby byl průjezd co nejlepší. Tohoto výsledku dosáhneme správnou volbou signálního plánu. Budeme pracovat s těmito signálními plány:

1. žlutá – zelená – vedlejší proudy* – žlutá – zelená (Budeme nazývat SP1)
2. zelená – žlutá – vedlejší proudy* – zelená – žlutá (Budeme nazývat SP2)
3. zelená – žlutá – červená – zelená – žlutá – modrá (Budeme nazývat SP3)
4. Výjimečně: zelená – modrá – žlutá – zelená – červená – žlutá (Budeme nazývat SP4)

* - Vedlejšími proudy rozumíme barvy červená a modrá.

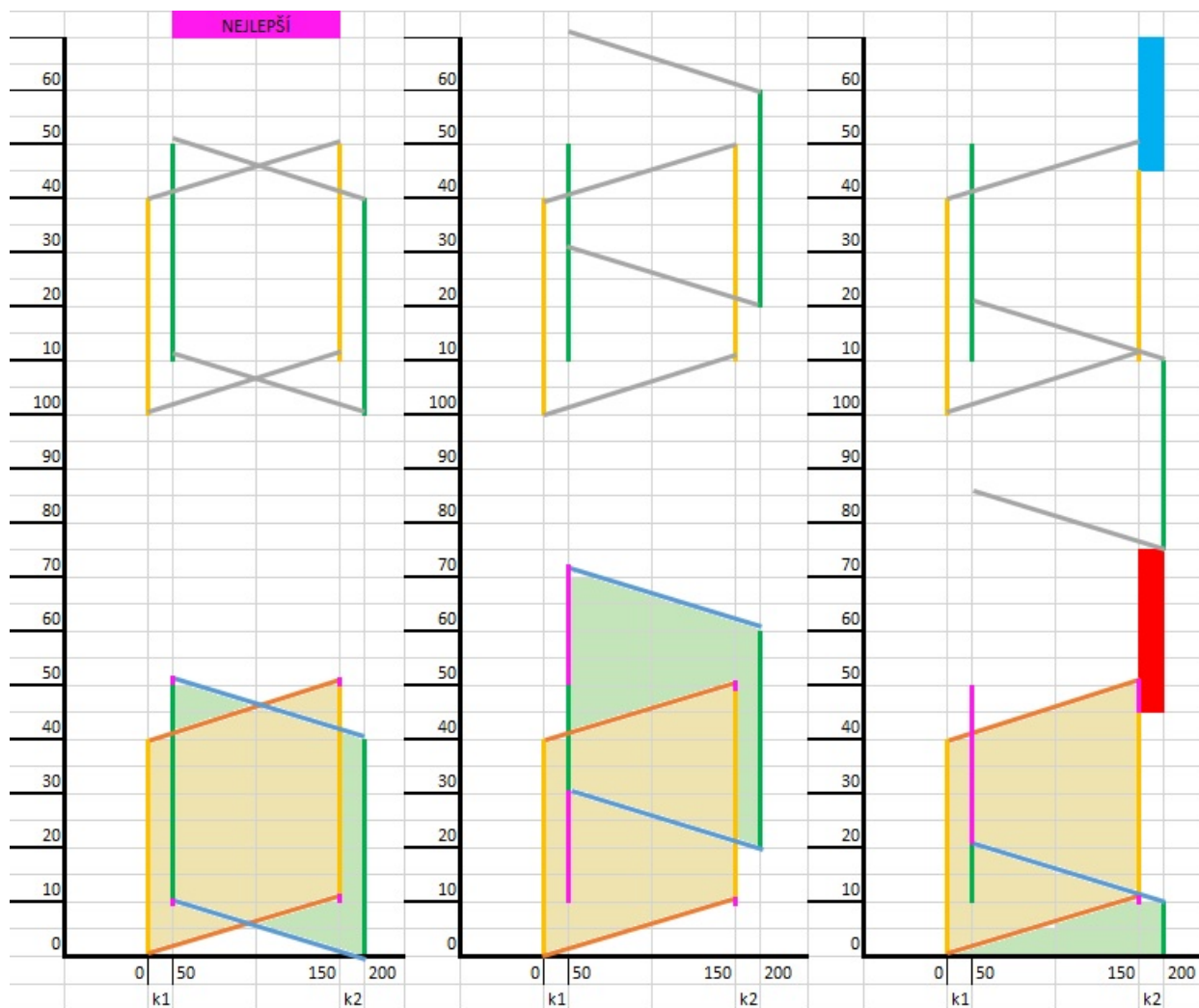
Nyní si musíme nakreslit všechny dvojice ve všech vzdálenostech. Jelikož máme 3 pevné signální plány, se kterými budeme pracovat a jeden (SP4), se kterým budeme pracovat pouze výjimečně, bude třeba nakreslit minimálně 36 diagramů plus ještě další v případě, že by bylo potřeba nakreslený diagram upravit, aby byl průjezd plynulejší. V našem případě budeme muset nakreslit 43 diagramů. Poté ale budeme moci s jistotou říct, že poskládáme nejlépe optimalizovaný sled čtyř křižovatek. Ukážeme si, jak by vypadaly diagramy, pokud by náš sled začínal křižovatkou s nastaveným SP1.

Na prvním diagramu 9 vidíme, že jsme na druhé křižovatce zvolili SP2, na druhém diagramu jsme na druhé křižovatce zvolili SP1 a na třetím diagramu SP3. Pokud bychom spočítali celkovou ztrátu času, kdy svítí na SSZ zelená a dobu, kdy musí řidiči zastavit, protože přijeli příliš brzo (tato doba je zvýrazněna růžovou barvou), zjistili bychom:

- V případě prvního diagramu (SP1 – SP2) bude tato doba v celkovém součtu 4 s.
- V případě druhého diagramu (SP1 – SP1) bude tato doba v celkovém součtu 44 s.
- V případě druhého diagramu (SP1 – SP3) bude tato doba v celkovém součtu 60 s.

Pokud bychom potřebovali zvolit vhodný signální plán na druhou křižovatku v případě, že první bude nastavena jako SP1, nejvhodnější volba bude použít SP2.

Nyní se podíváme na další 3 diagramy (obrázek číslo 10), kde bude opět první křižovatka nastavena na SP1, ale vzdálenost křižovatky dvě bude 250 m.



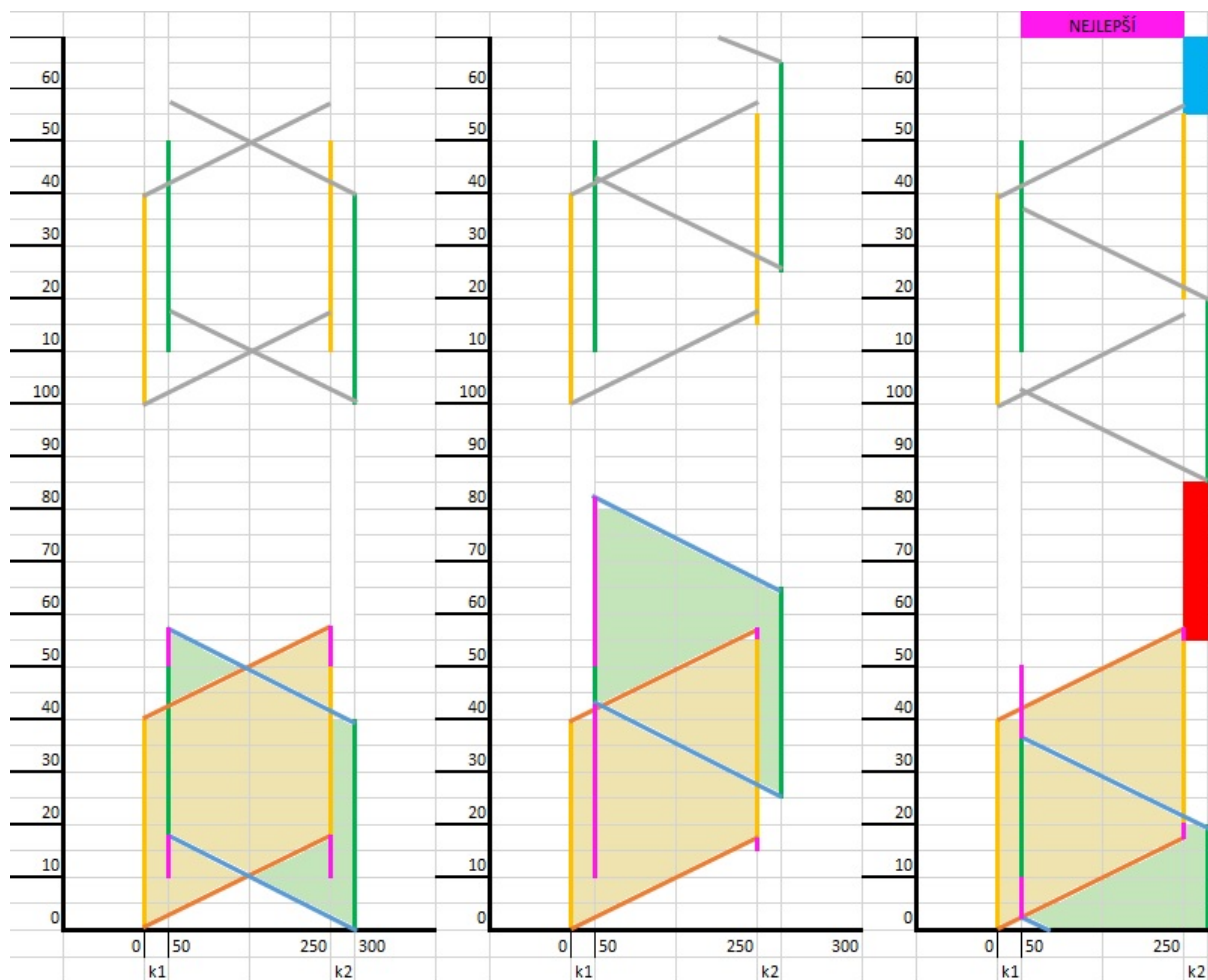
Obrázek 9: Signální plán 1 - vzdálenost 150 m

Na diagramu číslo 10 vidíme stejně jako v předchozím případě 3 diagramy. Nyní je ale vzdálenost mezi křižovatkami 250 m. Opět se podíváme, u kterého diagramu nám vyjde co nejmenší ztráta:

- V případě prvního diagramu (SP1 – SP2) bude tato doba v celkovém součtu 28 s.
- V případě druhého diagramu (SP1 – SP1) bude tato doba v celkovém součtu 70 s.
- V případě druhého diagramu (SP1 – SP3) bude tato doba v celkovém součtu 24 s.

Můžeme říct, že pokud bychom měli křižovátku dvě vzdálenou od křižovatky jedna 250 m, nejvhodnější bude použít signální plán 3.

Podíváme se ještě na poslední 3 diagramy (obrázek 11). Nyní bude vzdálenost křižovatky dvě od křižovatky jedna 350 m. Opět se bude začínat SP1.



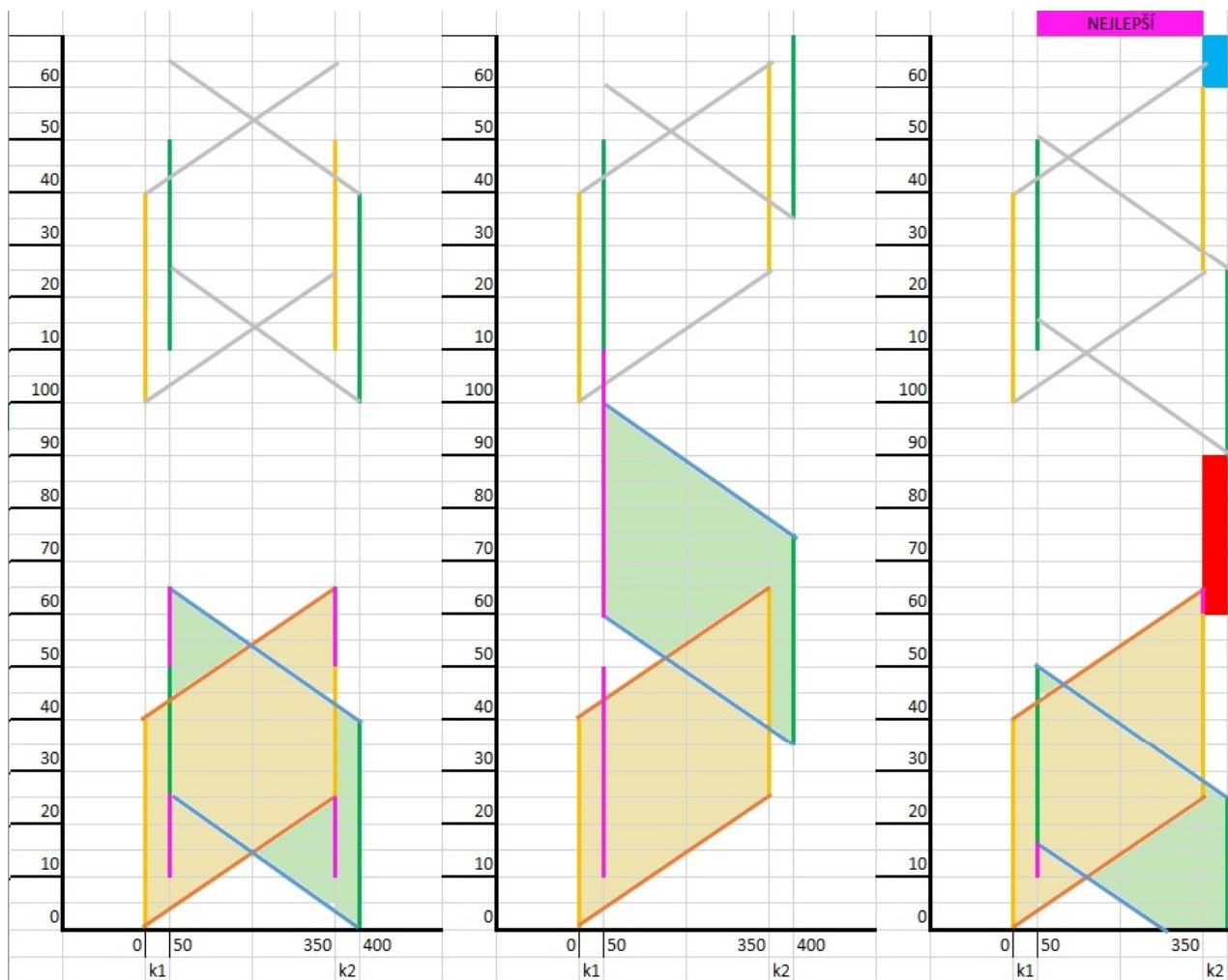
Obrázek 10: Signální plán 1 - vzdálenost 250 m

Spočítáme si ztráty:

- V případě prvního diagramu (SP1 - SP2) bude tato doba v celkovém součtu 60 s.
- V případě druhého diagramu (SP1 - SP1) bude tato doba v celkovém součtu 80 s.
- V případě druhého diagramu (SP1 - SP3) bude tato doba v celkovém součtu 10 s.

Stejně jako v předchozím případě můžeme říct, že nejlepší volba by při vzdálenosti 350 m byla signální plán 3.

Stejným postupem, jaký jsme si teď ukázali, je potřeba nakreslit diagramy a spočítat ztráty pro všechny varianty. Jak jsme již řekli na začátku kapitoly, takových diagramů bude potřeba zakreslit 43. Z důvodu velikosti diagramů zde nebudeme uvádět všechny. V další kapitole této práce postup pro zjištění ztráty zobecníme a budeme moci navrhnout optimální signální plán pro libovolnou vzdálenost křižovatek (maximálně 750 m).



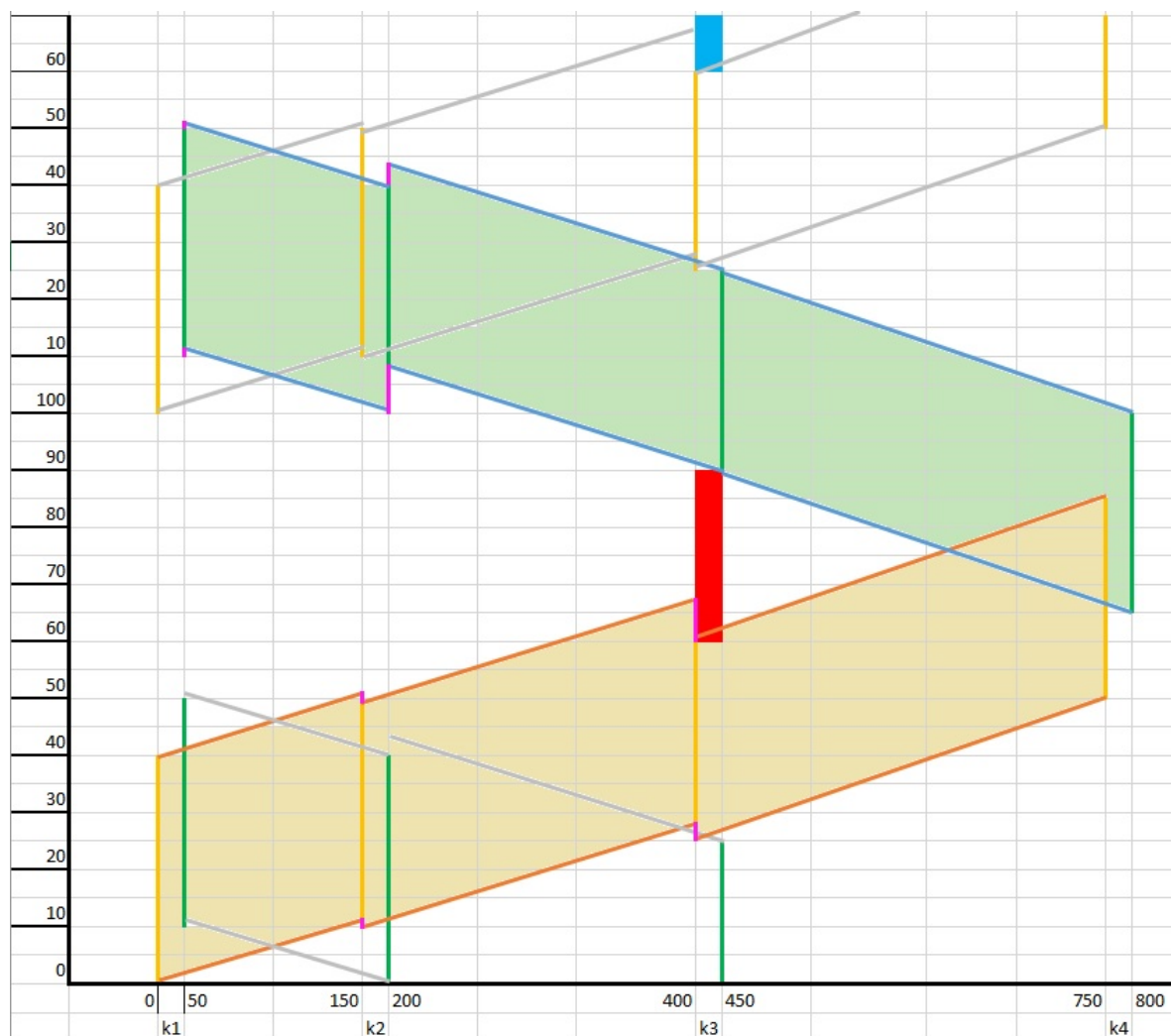
Obrázek 11: Signální plán 1 - vzdálenost 350 m

3.1 Koordinovaný tah ze čtyř křižovatek v různé vzdálenosti.

Nyní se už podíváme na konkrétní návrh sledu čtyř křižovatek a ukážeme si i příklad, kdy jsou SP voleny špatně.

Na obrázku 12 vidíme téměř plynulý návrh čtyř křižovatek. Vidíme, že na první křižovatce jsme volili SP1, na druhé SP2, na třetí SP3 a na čtvrté křižovatce opět SP1. U poslední křižovatky ale bylo třeba signální plán trochu pozměnit. Konkrétně jsme snížili dobu trvání zelené na SSZ v obou směrech na 35 s a také vidíme, že mají kratší průnik. Tyto kroky byly provedeny z toho důvodu, aby byl průjezd co nejplynulejší. Důležité ale je zvolení správného signálního plánu. Další případné úpravy jako nyní, jsou už jednoduché. Časová ztráta ve žlutém směru je 13 s a v opačném také 13 s. Celkově se jedná o 26 s. Což je pěkný výsledek s ohledem na délku koordinovaného úseku.

Podíváme se ještě na ten samý sled, ale schválně zvolíme signální plán na třetí a čtvrté křižovatce špatně (na třetí křižovatku použijeme lehce upravený SP1 a na čtvrtou křižovatku

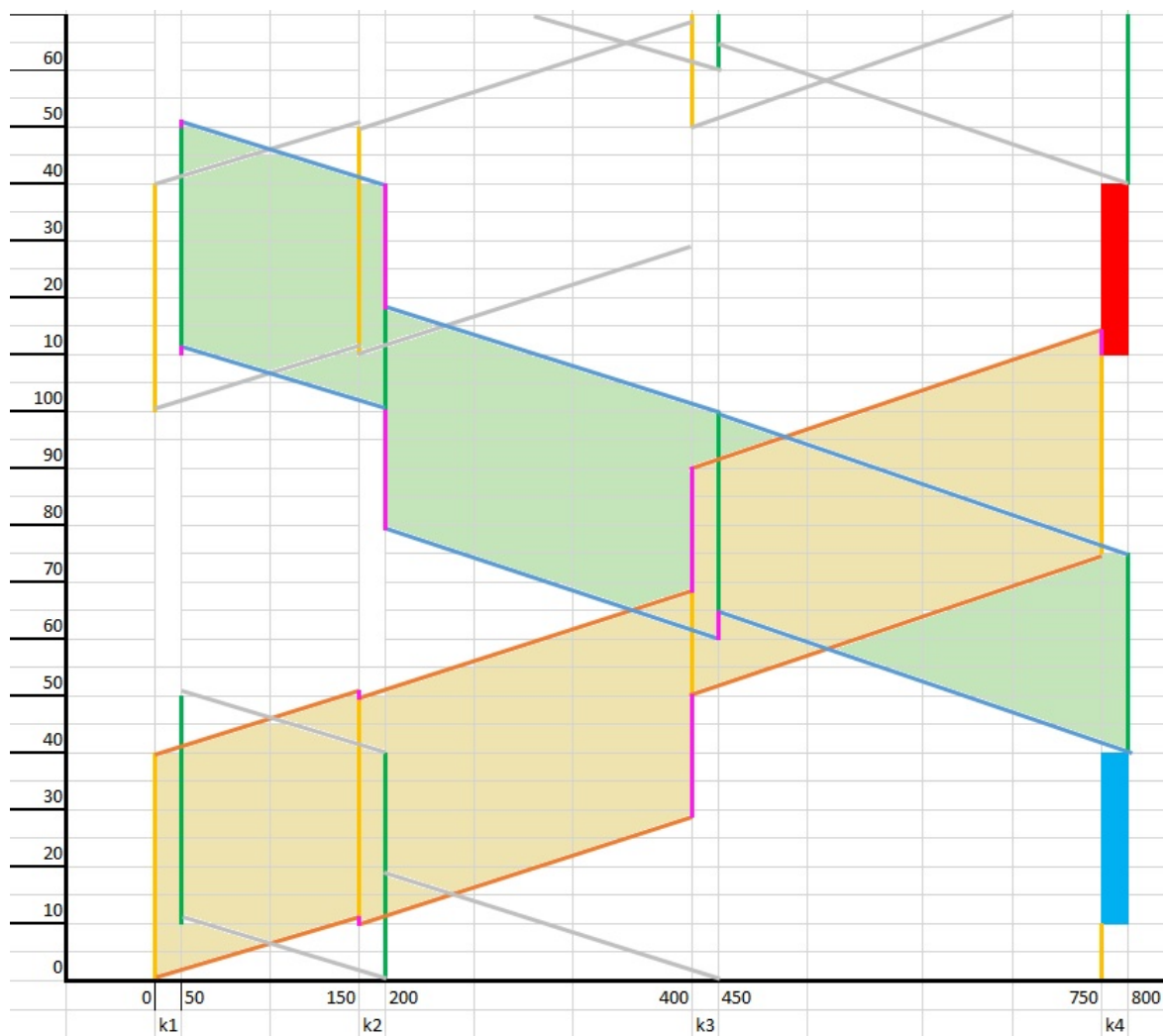


Obrázek 12: Diagram pro čtyři křižovatky - správně použity signální plány

zvolíme SP3) a podíváme se, jak se situace změní.

Na obrázku 13 vidíme, že pokud signální plány změním, už se nebude jednat o tak plynulý sled, jako na obrázku 12. Časová ztráta činí ve žlutém směru 51 s a ve druhém také. Celková ztráta je tedy 102 s. Což je znatelně více, než v předchozím příkladu. Následující tabulka 1 nám poslouží jako jednoduchý návod, jak sestavit koordinovaný tah libovolného počtu křižovatek ve vzdálenosti 150, 250 nebo 350 m. Tabulka nám také říká, jaká je celková časová ztráta. Všimneme si, že v některých buňkách je *. Znamená to, že je třeba signální plán lehce upravit, aby byla splněna požadovaná plynulost. Stejně jako v případě čtvrté křižovatky na obrázku číslo 12. Jedná se o jednoduché úpravy. Zpravidla prodloužení, zkrácení trvání doby zelené, nebo posunutí celého SP. Velice specifický je SP4. Z tabulky vidíme, že je použit pouze jednou. Můžeme se na něho podívat na obrázku číslo 14.

V další kapitole tuto grafickou metodu pro určení SP pro konkrétní vzdálenost zobecníme pro libovolnou vzdálenost.



Obrázek 13: Diagram pro čtyři křižovatky - špatně použité signální plány na k3 a k4

Tabulka 1: Tabulka signálních plánů

signální plán	vzdálenosti + časy		
	150 m	250 m	350 m
SP1	SP2 (4 s)	SP3 (24 s)	SP3 (10 s)
SP2	SP3 (10 s)	SP3* (12 s)	SP4 (0 s)
SP3	SP3 (10 s)	SP1 (19 s)	SP1* (0 s)
SP4	SP1* (4 s)	SP1 (12 s)	SP2 (0 s)

4 Volba nejlepšího signálního plánu v závislosti na libovolné vzdálenosti křižovatek – analytická metoda

V předchozí kapitole jsme si ukázali, jak sestavit sled několika křižovatek ve vzdálenosti 150, 250, 350 m tak, aby byla výsledná zelená vlna co nejplynulejší. Pokud bychom ale chtěli tuto metodu aplikovat v praxi, je nutné umět navrhnout nejvhodnější dvojici signálních plánů pro libovolnou vzdálenost křižovatek, jelikož v praxi se převážně setkáme s jinou vzdáleností než 150, 250, 350 m. V této kapitole se podíváme na metodu, pomocí které elegantně vybereme signální plány na křižovatky, které mají od sebe libovolnou vzdálenost. Připomeneme si, že zelenou vlnu má smysl plánovat pouze v případě, že vzdálenost křižovatek je maximálně 750 m. Při delší vzdálenosti se už svazek aut rozpadne a zelená vlna by nebyla efektivní.

V předchozí kapitole jsme vybírali nejvhodnější signální plán na základě co nejmenší časové ztráty, kterou jsme odečetli ze zakresleného diagramu. Nyní budeme také volit nejlepší signální plán na základě ztráty, ale budeme brát v potaz pouze tu ztrátu, která vznikne, když dojede auto ke křižovatce a má červenou, nikoliv tu ztrátu, kdy dojede auto ke křižovatce, ale již tam nějakou dobu zelená svítí. Na obrázku 15 je doba, kterou budeme brát v potaz, nyní značena černou silnou čarou. Oproti předchozí kapitole, budeme nyní tuto hodnotu počítat analyticky, jelikož není praktické kreslit diagramy pro všechny vzdálenosti. Aby se nám ztráta dobře vyčíslila, budeme vždy počítat s tím, že jeden směr je zcela plynulý. To znamená, že pokud se podíváme například na obrázek číslo 15, posuneme signální plán na křižovatce 2 o 1 sekundu nahoru.

4.1 Analytické výpočty pro určení ztráty

Nyní se podíváme na samotnou realizaci výpočtu ztráty. Celý výpočet si rozdělíme na několik částí, abychom se v postupu vyznali.

1. Obecné určení posunu signálního plánu, aby byl žlutý směr při libovolné vzdálenosti na-prosto plynulý.
2. Určení rovnic přímk pro směr zleva doprava. Přímk popisují jízdu prvního, respektive posledního, vozidla ve svazku.
3. Určení rovnic přímk pro směr zprava doleva. Přímk popisují jízdu prvního, respektive posledního, vozidla ve svazku.
4. Odvození obecné funkce pro vyčíslení ztráty pro směr zleva doprava pro dvojice SP1 – SP1, SP1 – SP2, SP1 – SP3.
5. Odvození obecné funkce pro vyčíslení ztráty pro směr zprava doleva pro dvojice SP1 – SP1, SP1 – SP2, SP1 – SP3.



Obrázek 15: Ukázka hledané ztráty

6. Zakreslení grafů lineárních funkcí a nalezení minima pro volbu nejlepšího signálního plánu.

1. **Obecné určení posunu signálního plánu, aby byl žlutý směr při libovolné vzdálenosti naprosto plynulý.**

Posunutí signálního plánu budeme značit písmenem p . Jeho hodnota závisí na zvolené rychlosti a vzdálenosti křižovatek. Obecně lze psát, že:

$$p = \frac{D}{v},$$

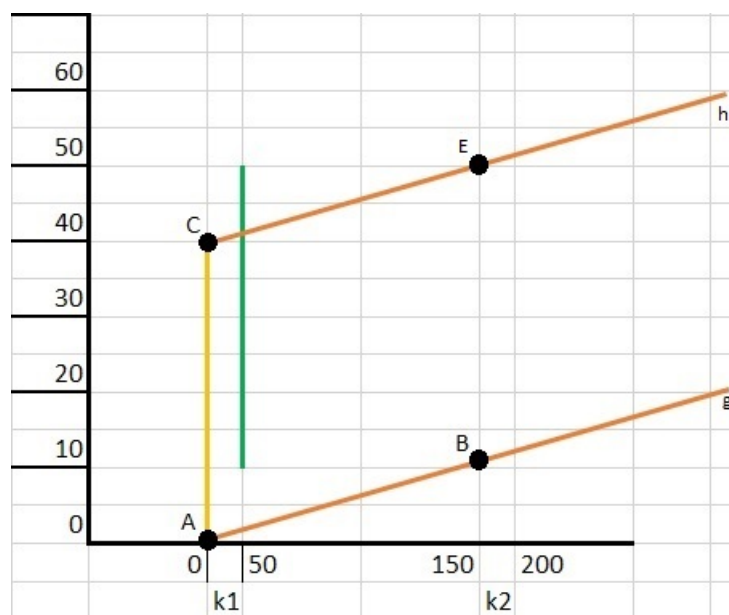
kde D je vzdálenost křižovatek a v je rychlost automobilu. V našem případě počítáme s tím, že zelenou vlnu plánujeme ve městě, tudíž je rychlost 50 km/h. Na konkrétním případě by to znamenalo, že pokud bychom měli druhou křižovatku vzdálenou 300 m a rychlost automobilu je 50 km/h, koeficient posunutí p by byl 21,6. Tudíž bychom nasadili

další signální plán (ještě nevíme jaký) od 21,6 s. Po provedení tohoto kroku, budeme mít ztrátu ve směru zleva doprava vždy nulu. Výslednou ztrátu nám udá vyčíslená funkce pro směr zprava doleva. Ještě dodejme, že tímto posunutím nebude ztráta v jednom směru vyřešena, ale přenesa se do směru druhého. Což je pro naši metodu žádoucí.

2. Určení rovnic přímk pro směr zleva doprava.

Na obrázku 16 vidíme přímky pro směr zleva doprava a body, kterým přímky procházejí. Abychom mohli napsat rovnice obou přímek, musíme nejdříve znát body, jimiž přímky procházejí. Abychom mohli určit souřadnice bodů B a E, musíme si obecně označit vzdálenost křižovatek (na obrázku máme zapsanou konkrétní hodnotu 150 m). Obecně již zmíněná hodnota D .

- bod $A = [0, 0]$
- bod $B = [D, \frac{D}{v}] \dots \frac{D}{v}$ je sklon, neboli posunutí p
- bod $C = [0, 40]$
- bod $E = [D, \frac{D}{v} + 40]$



Obrázek 16: Rovnice přímk h a g pro směr zleva doprava

Nyní můžeme sestavit rovnici přímky:

$$g : y = ax + b.$$

Po dosazení bodu A do rovnice zjistíme, že $b = 0$. Po dosazení bodu B zjistíme, že $a = \frac{1}{v}$. Výsledný směrniceový tvar rovnice přímky g je:

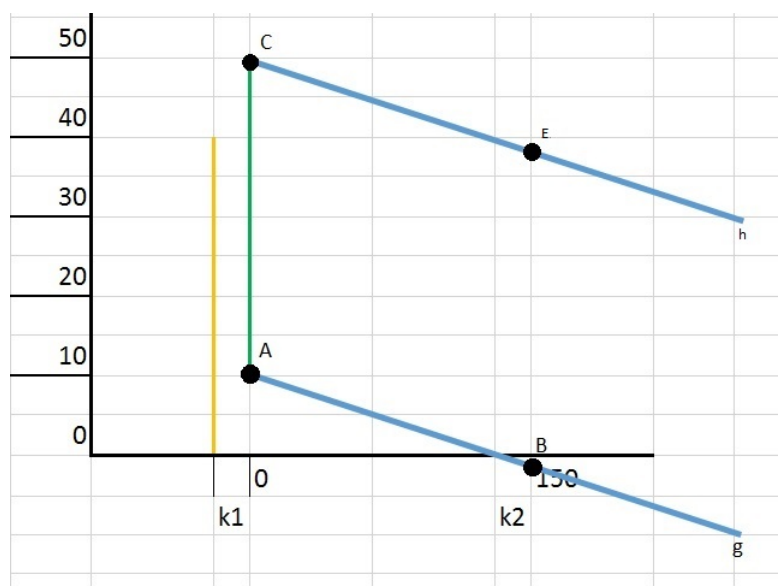
$$g: y = \frac{x}{v},$$

kde x nám značí vzdálenost, kterou si zvolíme, a v je rychlost vozidel.

Rovnice přímky h zřejmě bude:

$$h: y = \frac{x}{v} + 40.$$

3. Určení rovnic přímek pro směr zprava doleva.



Obrázek 17: Rovnice přímek h a g pro směr zprava doleva

Opět si vypíšeme souřadnice všech čtyř bodů:

- bod $A = [0, 10]$
- bod $B = [D, 10 - \frac{D}{v}]$
- bod $C = [0, 50]$
- bod $E = [D, 50 - \frac{D}{v}]$

A vytvoříme rovnice přímek:

$$y = ax + b.$$

Po dosazení bodu A zjistíme, že $b = 10$. Po dosazení bodu B zjistíme, že $a = -\frac{1}{v}$. Rovnice přímky g má tvar:

$$g: y = -\frac{x}{v} + 10.$$

Po dosazení bodu C zjistíme, že $b = 50$ a po dosazení bodu E zjistíme, že $a = -\frac{1}{v}$. Rovnice přímky h má tvar:

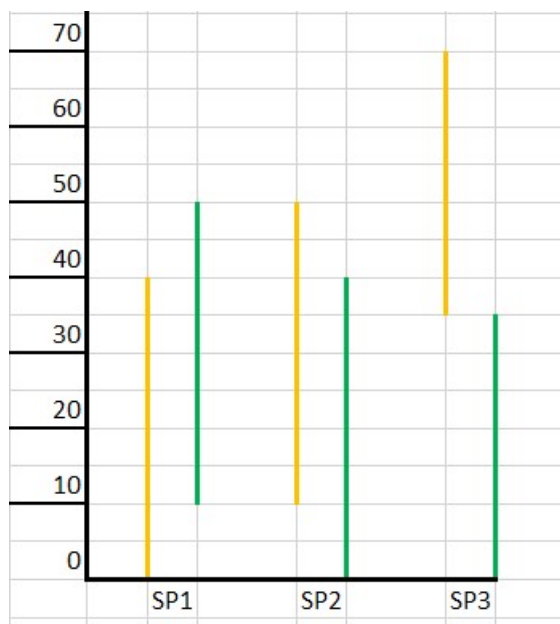
$$h : y = -\frac{x}{v} + 50.$$

Stejně jako ve směru zleva doprava je x vzdálenost křižovatek a v je rychlost vozidel. Všimneme si, že přímky mají počáteční body C a A . Je to z důvodu, že nevíme, jaký signální plán bude pro druhou křižovatku nejlepší. V grafické metodě jsme přímky nasadili na již určený signální plán na druhé křižovatce a zjišťovali jsme ztrátu.

Nyní jsme si zavedli pojem posunutí, odvodili rovnice přímek a můžeme začít s odvozením funkce pro výpočet ztráty.

4. Odvození obecné funkce pro vyčíslení ztráty pro směr zleva doprava.

Než se pustíme do samotného odvozování funkcí, řekneme si, co od konečných funkcí očekáváme a jak budeme postupovat. Abychom mohli sestavit funkce pro výpočet ztráty při použití SP1, SP2 nebo SP3, nakreslíme si schématicky, jak tyto signální plány vypadají:



Obrázek 18: Schéma signálních plánů SP1, SP2, SP3

Výsledkem této metody budou 3 funkce, které když zakreslíme do jedné soustavy souřadnic a zjistíme jejich minimum, jednoduše už z grafu odečteme, jaký signální plán nastavit na druhé křižovatce při konkrétní vzdálenosti. Připomeneme si, že pracujeme s progresivní rychlostí 50 km/h ($\frac{50}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

a) Odvození funkce čekání na druhé křižovatce pro SP1:

Už v předchozí části jsme si odvodili rovnice přímk tak, aby právě tento směr vždy byl naprosto plynulý. To znamená, že si můžeme zvolit jakoukoliv vzdálenost, ale ztráta bude pořád 0. Tudíž musí funkce pro výpočet ztráty pro SP1 vyjít 0. :

$$f_{1,l}(x) = \left(\frac{x}{v} + 40\right) - \left(40 + \frac{x}{v}\right) = 0$$

Výsledné čekání aut na druhé křižovatce nám udá hodnota funkce pro směr zprava doleva.

- b) Odvození funkce čekání na druhé křižovatce pro SP2:

Stejně jako v předchozím případě musí vyjít ztráta 0.

$$f_{2,l}(x) = \left(\frac{x}{v} + 40\right) - \left(\frac{x}{v} + 40\right) = 0$$

- c) Odvození funkce čekání na druhé křižovatce pro SP3:

Jelikož má SP3 o 5 s kratší dobu trvání zelené na semaforu, nemůže vyjít hodnota funkce pro ztrátu ve směru zleva doprava 0, ale 5.

$$f_{3,l}(x) = 5$$

5. Odvození obecné funkce pro vyčíslení ztráty pro směr zprava doleva.

V této části odvodíme funkci, pomocí které budeme moct vyčíslit ztrátu.

- a) Odvození funkce čekání na druhé křižovatce pro SP1:

$$f_{1,p}(x) = \left(10 + \frac{x}{v}\right) - \left(-\frac{x}{v} + 10\right) = \frac{2x}{v} \quad (1)$$

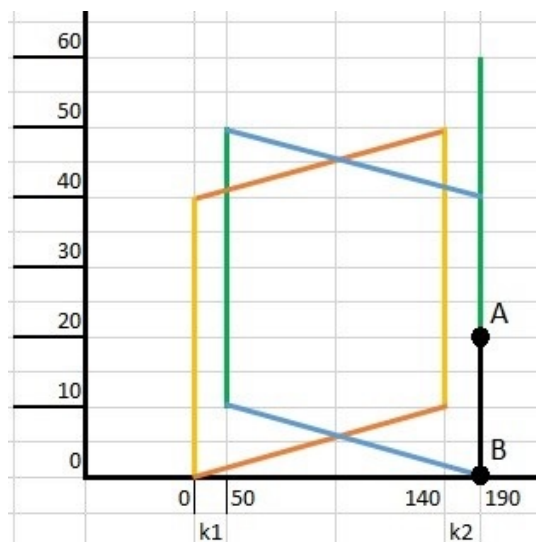
První člen ve funkci $\left(10 + \frac{x}{v}\right)$ nám udává počátek úsečky AB na obrázku 19. Tedy souřadnici y . Souřadnice x je vybraná vzdálenost. Pokud bychom za x dosadili konkrétní vzdálenost, dostaneme hodnotu y a tím pádem souřadnice bodu A . Druhá část funkce $\left(-\frac{x}{v} + 10\right)$ nám udává konec úsečky AB , kde bod B leží na přímce g . Opět kdybychom dosadili za x vzdálenost, dostaneme souřadnici y pro bod B . Poté bychom mohli spočítat vzdálenost bodu A a B a dostaneme ztrátu. Jednoduší je oba členy upravit a tak dostat výsledek $\frac{2x}{v}$ (funkce 1) pomocí kterého rovnou dostaneme ztrátu.

- b) Odvození funkce čekání na druhé křižovatce pro SP2:

$$f_{2,p}(x) = \left(\frac{x}{v} - 10\right) - \left(-\frac{x}{v} + 10\right) = \frac{2x}{v} - 20 \quad (2)$$

Zde je princip odvození zcela analogický jako v případě SP1.

- c) Odvození funkce čekání na druhé křižovatce pro SP3:



Obrázek 19: Ukázka ztráty

V tomto případě bude odvození o něco komplikovanější a to z toho důvodu, že doba trvání zelené na semaforu je o 5 s kratší, než v SP1 nebo SP2. Už jsme řekli, že směr zleva doprava bude mít konstantní ztrátu 5 s.

V předchozích případech (SP1 a SP2) jsme nemuseli rozlišovat, jestli ztráta nastane v případě, že řidič přijede poté, co zelená na semaforu skončí, nebo je tam moc brzo. Je to z toho důvodu, že trvání zelené na semaforu u obou SP je stejná. V případě SP3 je ale doba trvání zelené na semaforu o 5 s kratší. Proto nám nebude stačit odvodit jednu funkci na výpočet ztráty, ale potřebujeme funkce dvě. První funkce nám bude popisovat ztrátu která nastane "nahore"- znázorněna úsečkou AB (obrázek 20 první diagram) a druhá funkce nám bude popisovat ztrátu která nastane "dole"- znázorněna úsečkou CD (obrázek 20 druhý diagram). Použití funkce "nahore" nebo "dole" závisí na zvolené vzdálenosti křižovatek. Obrázek 20 slouží pouze pro lepší představu, jak výsledná funkce vznikne.

Funkce pro výpočet ztráty "nahore" (později funkce 3):

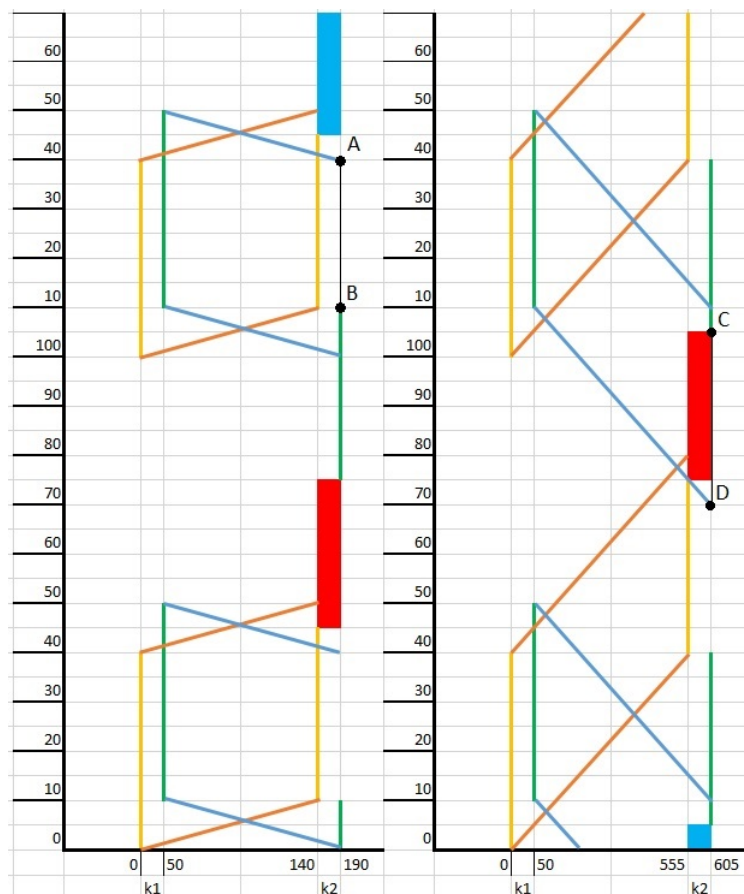
$$f(x)_{3,p}^n = \left(-\frac{x}{v} + 50\right) - \left(\frac{x}{v}\right) = -\frac{2x}{v} + 50 \quad (3)$$

První člen funkce $\left(-\frac{x}{v} + 50\right)$ je pozice bodu A a druhý člen $\left(\frac{x}{v}\right)$ je pozice bodu B na obrázku 20. Jejich rozdílem dostaneme výslednou ztrátu.

Funkce pro výpočet ztráty "dole" (později funkce 4):

$$f(x)_{3,p}^d = \left(\frac{x}{v} - 35\right) - \left(-\frac{x}{v} + 10\right) = \frac{2x}{v} - 45 \quad (4)$$

První člen funkce popisuje bod C a druhý člen funkce popisuje bod D .



Obrázek 20: Ukázka ztráty SP3 - ztráta nahoře a dole

Nyní nastává důležitá otázka, kdy použít funkci pro výpočet ztráty 3 a kdy funkci 4. Musíme přesně říci, do jaké vzdálenosti křižovatek použijeme kterou funkci. Už jsme řekli, že vždy bude ztráta alespoň 5 s. Dosadíme tedy tuto hodnotu do vzorce pro výpočet funkce 3 a zjistíme, do jaké vzdálenosti je možno vzorec použít:

$$-\frac{2x}{v} + 50 = 5$$

$$x = 312,5 \text{ m}$$

Pokud bude další křižovatka ve vzdálenosti do 312,5 m, použijeme pro výpočet ztráty funkci 3.

Nyní provedeme analogický výpočet, ale s funkcí 4

$$\frac{2x}{v} - 45 = 5$$

$$x = 347,2 \text{ m}$$

Pokud bude další křižovatka ve vzdálenosti minimálně 347.2 m, použijeme již funkci

4. Pokud bychom chtěli vzdálenost na intervalu $\langle 312, 5; 347, 2 \rangle$ tak ztráta bude vždy 5 s, protože bude směr zprava doleva plynulý a ztráta bude pouze ve směru zleva doprava.

Funkci 4 bude možno použít až do vzdálenosti 660 m, protože:

$$\frac{2x}{v} - 45 = 50$$

$$x = 660 \text{ m}$$

Od 660 m do 694.2 m bude zase ztráta pouze 5 s a takto se to periodicky opakuje. Více přehledný bude graf, ke kterému se dostaneme. Popsané výpočty jsou ale nezbytné pro jeho sestavení.

Ukážeme, jak fungují odvozené vzorce v praxi.

V kapitole 3 jsme nakreslili diagramy pro vzdálenost křižovatek 150 m. Vypočítali jsme ztrátu pro všechny dvojice signálních plánů. Nezapomeneme, že v kapitole 3 jsme ještě počítali ztrátu když řidič přijel ke křižovatce a již zelená nějakou dobu svítila. V naší analytické metodě bereme v potaz jen ztrátu, kdy přijede řidič ke křižovatce a má červenou. Abychom dostali ztrátu, kterou potřebujeme nyní, musíme ztrátu vypočítanou v kapitole 3 vydělit dvěma.

Na obrázku 9 vidíme, že pomocí diagramu nám vyšla ztráta při použití dvojice SP1 – SP1 22 s, při použití SP1 – SP2 2 s a při SP1 – SP3 28 s. Pokud spočítáme ztráty pomocí našeho vzorce pro SP1 (rovnice 1) zjistíme:

$$\frac{2x}{v} = \frac{2 \cdot 150}{\left(\frac{50}{3.6}\right)} = 21,6 \text{ s}$$

Při výpočtu ztráty pomocí diagramu docházelo k zaokrouhlovacím chybám. Podle vzorce nám vyšla přesná ztráta.

Pro dvojici SP1-SP2 (rovnice 2)

$$\frac{2x}{v} - 20 = \frac{2 \cdot 150}{\left(\frac{50}{3.6}\right)} - 20 = 1,6 \text{ s}$$

Opět nám vyšla reálná ztráta.

Pro dvojici SP1-SP3 (rovnice 3)

$$f(x)_{3,p}^n = \left(-\frac{x}{v} + 50\right) - \left(\frac{x}{v}\right) = -\frac{2 \cdot 150}{\left(\frac{50}{3.6}\right)} + 50 = 72 \Rightarrow T - 72 = 28 \text{ s} \quad (5)$$

Pokud bychom zvolili takovou vzdálenost, kdy by ztráta vypočtená pomocí vzorce překročila 50 s, musíme získanou ztrátu odečíst od periody. V našem případě je délka periody 100 s. Například zvolme vzdálenost 600 m.

Pro dvojici SP1-SP1:

$$\frac{2x}{v} = \frac{2 \cdot 600}{\left(\frac{50}{3.6}\right)} = 86,4 \text{ s}$$

Výsledek překročil hodnotu 50 s, proto musíme tuto hodnotu odečíst od periody.

$$T - 86.4 = 100 - 86.4 = 13,6 \text{ s}$$

Pokud bychom po 600 m nastavili na další křižovatce SP1, byla by ztráta 13,6 s.

Pro dvojici SP1-SP2

$$\frac{2x}{v} - 20 = \frac{2 \cdot 600}{\left(\frac{50}{3.6}\right)} - 20 = 66,4 \text{ s}$$

$$T - 66,4 = 100 - 66.4 = 33,6 \text{ s}$$

Pro dvojici SP1-SP3:

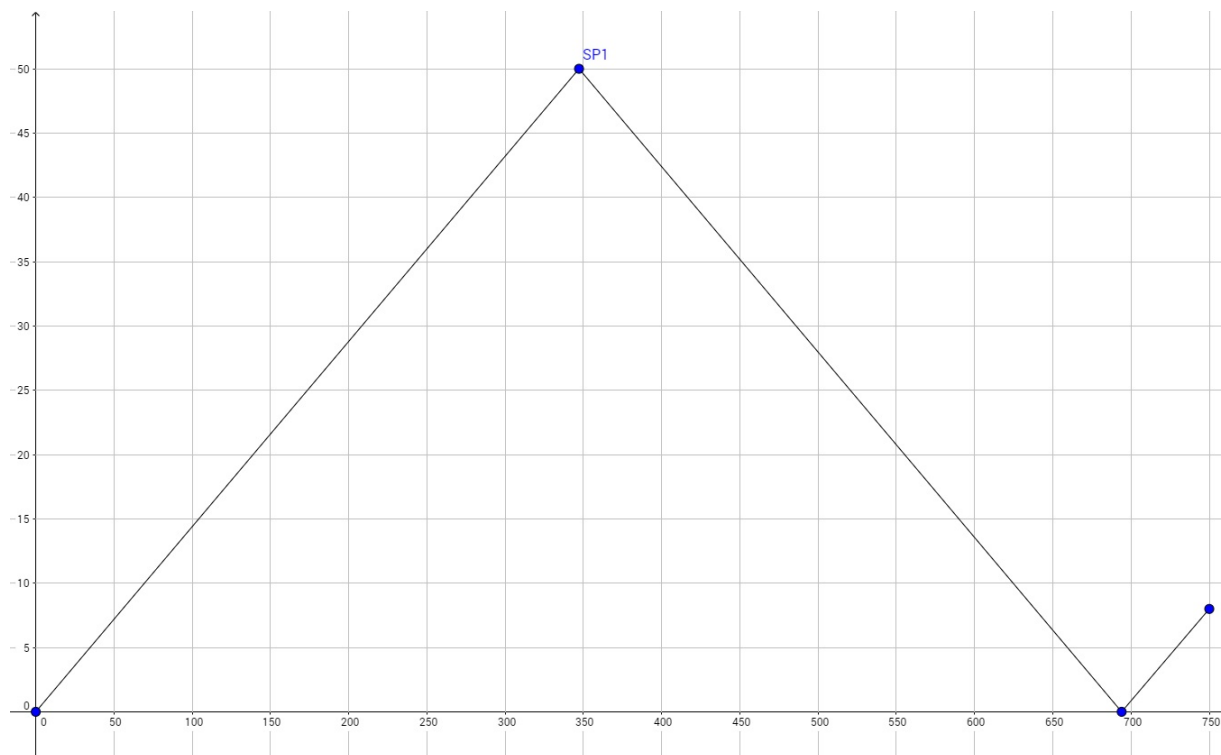
Pro 600 m nevyjde hodnota ze vzorce více než 50, tudíž není třeba odečítat periodu. Příklad kde jsme od SP3 periodu museli odečíst, nastal u 150 m 5.

6. Zakreslení grafů lineárních funkcí a nalezení minima pro volbu nejlepšího signálního plánu.

Nyní si zakreslíme do souřadnicového systému jednotlivě všechny funkce pro výpočet ztráty. Nakonec je všechny zakreslíme do jednoho souřadnicového systému, najdeme minimum a budeme moci z grafu odečíst, jaký signální plán bude nejlepší pro konkrétní vzdálenost. Takto budeme moci zvolit optimální kombinaci signálních plánů pro libovolně dlouhý úsek.

a) Graf funkce pro dvojici SP1-SP1:

Pokud do vzorce pro SP1 (rovnice 1) dosadíme za x malé číslo, například 0,1 m tak zjistíme, že se tato hodnota přibližuje k nule. Proto graf bude začínat v 0. Dále je nutno vypočítat souřadnice bodu, kde začne funkce zase klesat. Funkce začne klesat z toho důvodu, že je třeba výslednou ztrátu, která překročí hodnotu 50, odečíst od periody. Proto výsledná hodnota nikdy nepřekročí 50 a musí začít klesat. Musíme spočítat, v jaké vzdálenosti bude ztráta přesně 50 s:



Obrázek 21: Funkce ztráty pro dvojici SP1-SP1. Osa x značí vzdálenost a osa y značí ztrátu.

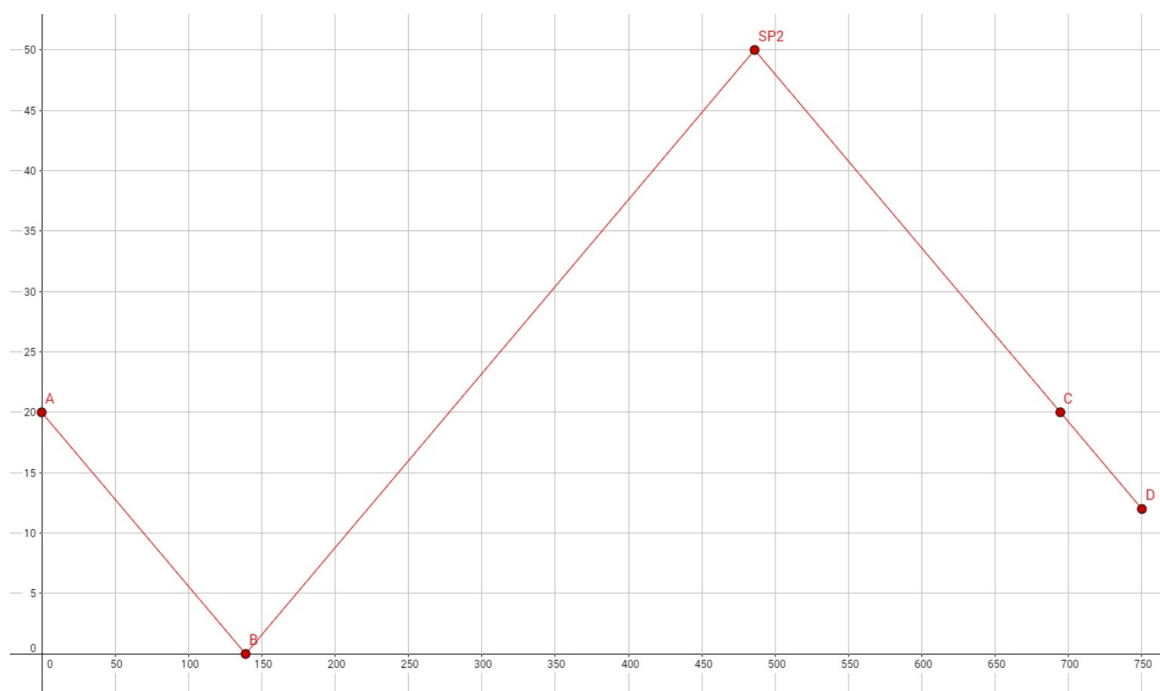
$$\frac{2x}{v} = \frac{2x}{\left(\frac{50}{3,6}\right)} = 50$$

$$x = 347,2 \text{ m.}$$

Bod, ve kterém začne funkce klesat má tedy souřadnice $[347,2; 50]$. Nulové hodnoty opět dosáhne, když naši vypočítanou hodnotu 347,2 vynásobíme dvěma. Takže bod, ve kterém opět začne funkce stoupat, má souřadnice $[694,2; 0]$. A dále funkce periodicky pokračuje. Nyní jsme schopni pomocí této funkce říci, jaká bude ztráta v jakékoliv vzdálenosti další křižovatky. Připomeneme si, že na vzdálenost delší než 750 m, nemá smysl zelenou vlnu konstruovat.

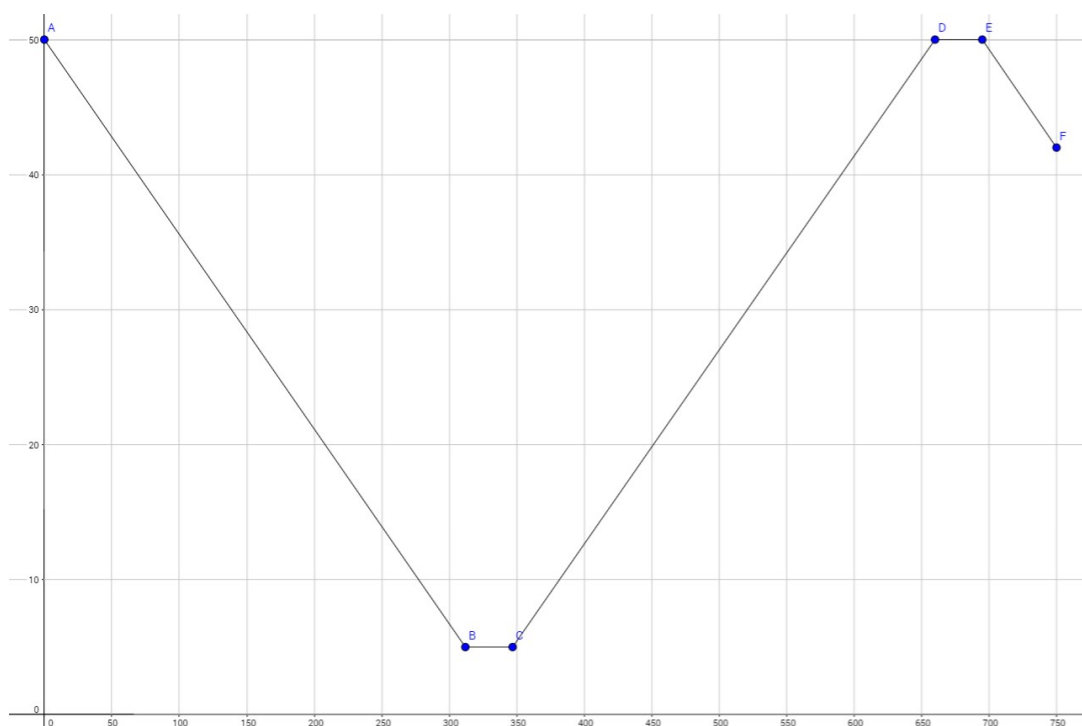
b) Graf funkce pro dvojici SP1-SP2:

Stejně jako u předchozí funkce, musíme najít začátek grafu (bod A). Pokud do vzorce pro SP2 dosadíme za x malé číslo, tak zjistíme, že se hodnota blíží k 20 s. Souřadnice bodu B , ve kterém začne funkce stoupat se vypočítá stejně jako v předchozím případě a má souřadnice $B = [139; 0]$. Další bod zlomu nastává na souřadnicích $[486; 50]$. V bodě $C = [694,2; 20]$ končí první perioda a dále se opakuje.



Obrázek 22: Funkce ztráty pro dvojici SP1-SP2. Osa x značí vzdálenost a osa y značí ztrátu.

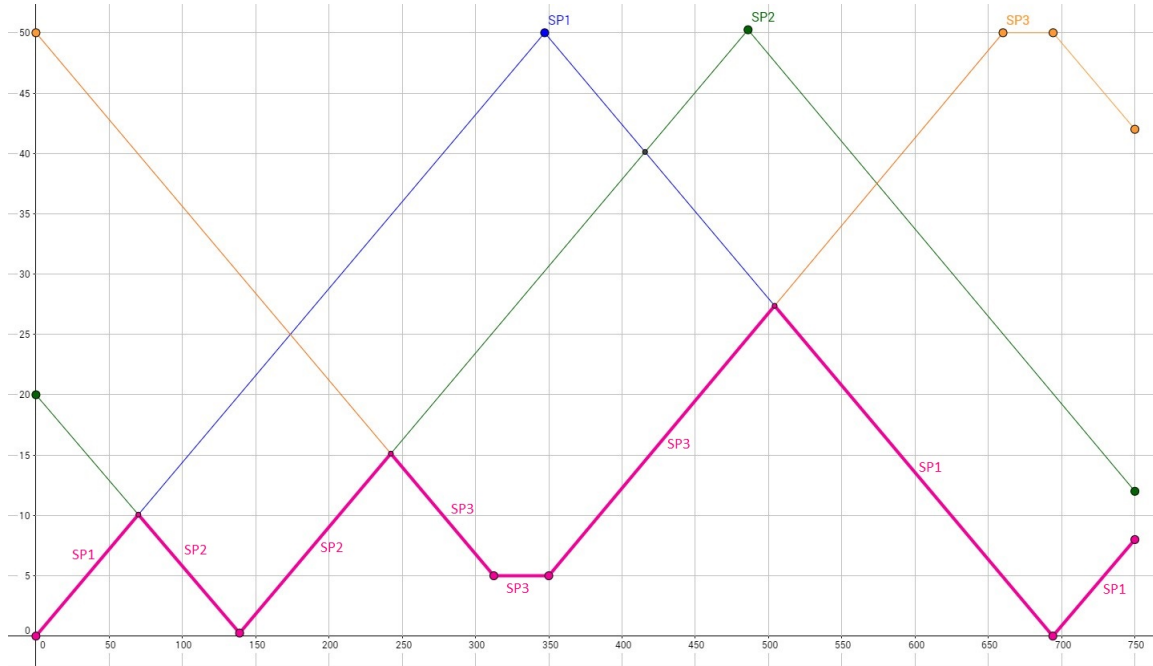
c) Graf funkce pro dvojici SP1-SP3:



Obrázek 23: Funkce ztráty pro dvojici SP1-SP3. Osa x značí vzdálenost a osa y značí ztrátu.

Opět jako v předchozích případech musíme zjistit, kde bude graf začínat. Dosadíme-li malé číslo do funkce 3, dostaneme hodnotu 50 (bod A). Souřadnice bodů jsme si spočítali v předchozí části. $B = [312, 5; 5]$. Souřadnice bodu $C = [347, 2; 5]$. Souřadnice bodu $D = [660; 10]$, $E = [694, 2; 50]$ a dále se stejně jako v předchozím případě, se funkce periodicky opakuje.

Nyní se podíváme na všechny 3 grafy v jednom souřadnicovém systému.



Obrázek 24: Komplettní graf pro odečet ztráty s počátečním plánem SP1.

$$f_{SP1}(x) = \begin{cases} SP1, & x \in [0 + P; 69, 9 + P] \cup [504, 1 + P; 694 + P] \\ SP2, & x \in [69, 9 + P; 242, 2 + P] \\ SP3, & x \in [242, 2 + P; 504, 1 + P] \end{cases}$$

Hodnotou P zde myslíme délku periody, která činí 694 m.

Na obrázku 24 vidíme současně všechny 3 grafy. Nyní si stačí zvolit libovolnou vzdálenost dvou křižovatek a z grafu odečteme signální plán, u kterého budou řidiči čekat nejkratší dobu na zelenou. V předchozí kapitole jsme vytvořili tabulku 1, kterou můžeme nyní pomocí grafu ověřit. Jelikož předpokládáme, že počáteční plán je SP1, ověříme první řádek tabulky. Pro vzdálenost 150 m podle grafu zjistíme, že ideální je SP2. Pro 250 m je ideální SP3 a pro 350 m také SP3. Vyšly nám stejné výsledky, jako pomocí grafické metody.

Stejným postupem musíme vytvořit grafy, které budou popisovat ztrátu pro dvojice SP2 – SP1, SP2 – SP2, SP2 – SP3 a SP3 – SP1, SP3 – SP2, SP3 – SP3. Až budeme tyto grafy mít,

budeme moci poskládat libovolný počet křižovatek v různé vzdálenosti a navrhnout optimální signální plány.

Vytvoření grafů pro dvojice s počátečním plánem SP2 a SP3 je analogické, jako v popsaném postupu pro dvojice s počátečním plánem SP1 (strany 42 – 50). Museli jsme nejdříve vyjádřit rovnice přímek a poté sestavovat funkce, které popisují ztrátu. Jelikož se jedná o analogický postup, nebudeme zde odvozování funkcí uvádět a rovnou si je napíšeme. Ukážeme výsledné grafy a příklad užití.

Stejně jako v předchozím případě bude ztráta pro směr zleva doprava pro dvojice SP2 – SP1, SP2 – SP2, SP3 – SP3 nulová. Pro dvojice SP3 – SP1, SP3 – SP2 bude ztráta 5 s. Proto musíme tuto hodnotu připočíst k odvozené funkci (10, 11, 12, 13). Napíšeme funkce, které popisují ztrátu zprava doleva.

Funkce pro dvojici SP2 – SP1:

$$f_{1,p}(x) = \left(\frac{x}{v} + 20\right) - \left(-\frac{x}{v}\right) = \frac{2x}{v} + 20 \quad (6)$$

Funkce pro dvojici SP2 – SP2:

$$f_{2,p}(x) = \left(\frac{x}{v}\right) - \left(-\frac{x}{v}\right) = \frac{2x}{v} \quad (7)$$

Funkce pro dvojici SP2 – SP3:

$$f_{3,p}^n(x) = \left(-\frac{x}{v} + 40\right) - \left(\frac{x}{v} + 10\right) = -\frac{2x}{v} + 30 \quad (8)$$

$$f_{3,p}^d(x) = \left(\frac{x}{v} - 25\right) - \left(\frac{x}{v}\right) = \frac{2x}{v} - 25 \quad (9)$$

Funkce pro dvojici SP3 – SP1:

$$f_{1,p}^n(x) = \left(-\frac{x}{v} + 35\right) - \left(\frac{x}{v} - 15\right) + 5 = -\frac{2x}{v} + 55 \quad (10)$$

$$f_{1,p}^d(x) = \left(\frac{x}{v} + 45\right) - \left(-\frac{x}{v}\right) + 5 = \frac{2x}{v} + 50 \quad (11)$$

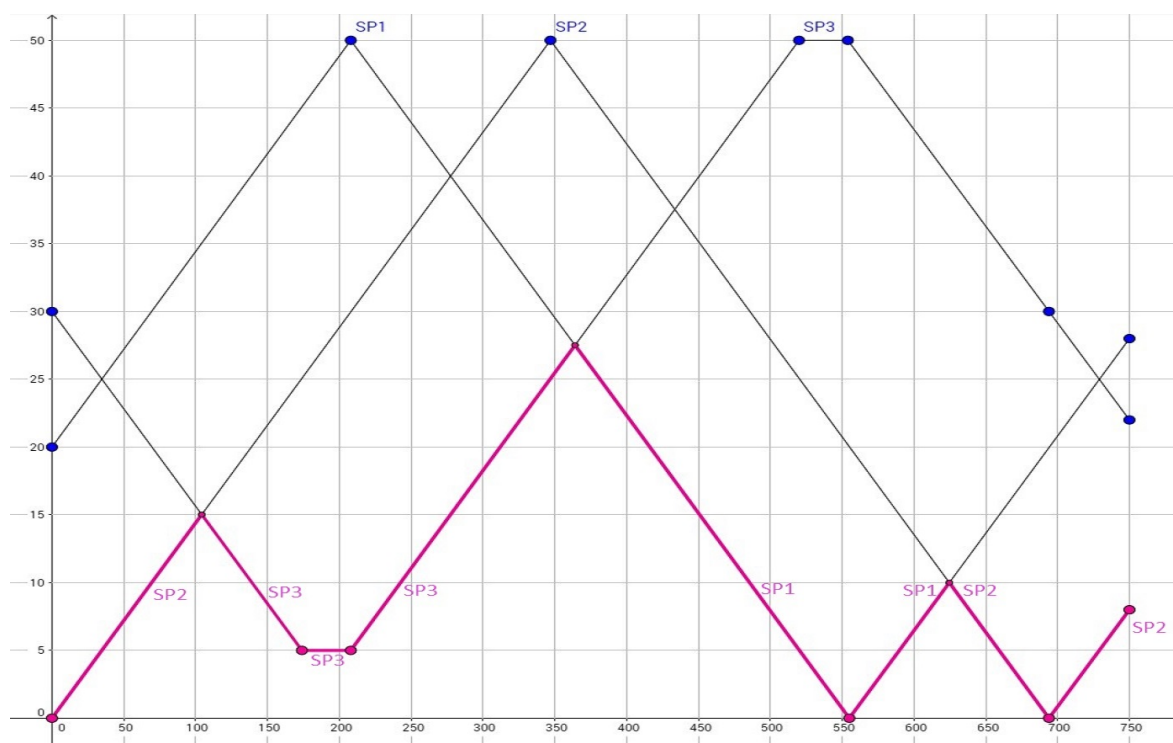
Funkce pro dvojici SP3 – SP2:

$$f_{2,p}^n(x) = \left(-\frac{x}{v} + 35\right) - \left(70 + \frac{x}{v} - 5\right) + 5 = -\frac{2x}{v} - 25 \quad (12)$$

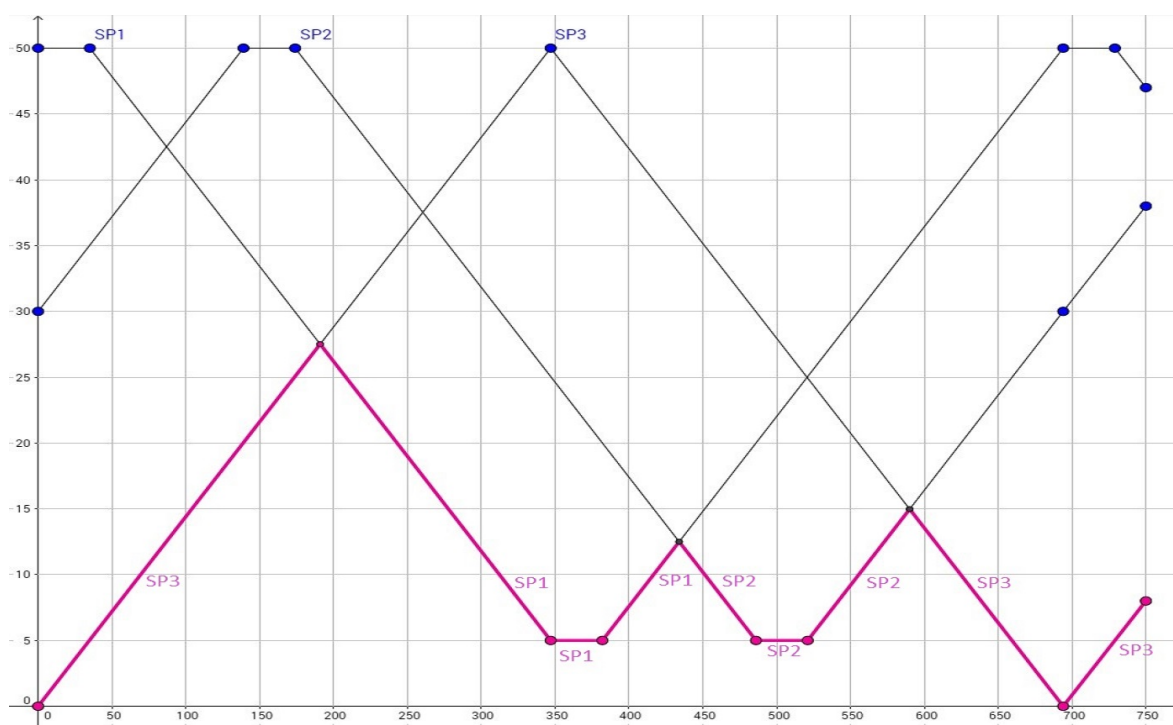
$$f_{2,p}^d(x) = \left(\frac{x}{v} + 25\right) - \left(-\frac{x}{v}\right) + 5 = \frac{2x}{v} + 30 \quad (13)$$

Funkce pro dvojici SP3 – SP3:

$$f_{3,p}(x) = \left(\frac{x}{v} + 100\right) - \left(-\frac{x}{v}\right) = \frac{2x}{v} + (100 - T) = \frac{2x}{v} \quad (14)$$



Obrázek 25: Kompletní graf pro odečet ztráty s počátečním plánem SP2.



Obrázek 26: Kompletní graf pro odečet ztráty s počátečním plánem SP3.

$$f_{SP2}(x) = \begin{cases} SP1, & x \in [364 + P; 624, 6 + P] \\ SP2, & x \in [0 + P; 104, 2 + P] \vee [624, 6 + P; 694 + P] \\ SP3, & x \in [104, 2 + P; 364 + P] \end{cases}$$

$$f_{SP3}(x) = \begin{cases} SP1, & x \in [191 + P; 434 + P] \\ SP2, & x \in [434 + P; 590 + P] \\ SP3, & x \in [0 + P; 191 + P] \vee [590 + P; 694 + P] \end{cases}$$

Na obrázku 25 vidíme graf, pro odečet ztráty s počátečním signálním plánem 2. Způsob odečítání funguje stejně jako v předchozím případě, kde je počáteční signální plán 1. Pokud budeme chtít vyčíslit ztrátu přesně, je potřeba použít odvozené funkce na straně 55 (funkce 6 - 9). Pokud bychom počítali ztrátu, kde budeme potřebovat funkce pro dvojice SP2 – SP3, tak z grafu odečteme zda funkce pro zadanou vzdálenost klesá nebo roste. Pokud funkce roste, použijeme funkci 9. Pokud funkce klesá, použijeme funkci 8. Stejný postup použijeme, pokud bude počáteční signální plán 3 (obrázek 26).

4.2 Příklad užití



Obrázek 27: Schéma tří křižovatek.

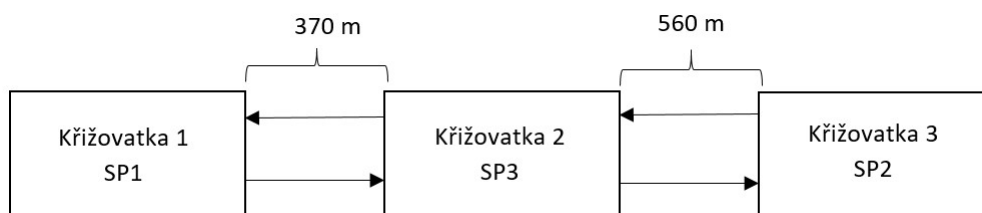
Na obrázku číslo 27 vidíme schéma tří křižovatek. První křižovatka je od druhé vzdálená 370 m a druhá křižovatka je od třetí vzdálená 560 m. Připomeneme si, že všechny křižovatky jsou stejné - obrázek číslo 4. Nejdříve musíme říci, jaký nastavíme SP na křižovatku 1. Jelikož je to první křižovatka, můžeme nastavit libovolný signální plán. Takže nastavíme například SP1. Nyní se podíváme na graf 24, ze kterého odečteme, že na křižovatce 2, která je vzdálená 370 m od křižovatky 1, nastavíme SP3. Nyní je na křižovatce 2 nastavený SP3 a abychom mohli zvolit signální plán pro třetí křižovatku, podíváme se na graf 26. Z grafu odečteme, že optimální signální plán po vzdálenosti 560 m je SP2. Konkrétní ztráta mezi křižovatkami 1 a 2 činí 8 s. Pro výpočet použijeme funkci (4):

$$\frac{2x}{v} - 45 = \frac{2 \cdot 370}{\frac{50}{3,6}} - 45 = 8 \text{ s.}$$

Mezi křižovatkami 2 a 3 je ztráta 11 s. Pro výpočet použijeme funkci (13)

$$\frac{2x}{v} + 30 = \frac{2 \cdot 560}{\frac{50}{3,6}} + 30 = 111 \text{ s} \Rightarrow 111 - T = 111 - 100 = 11 \text{ s}.$$

Celková ztráta činí 19 s. Tolik sekund musí dohromady na obou křižovatkách řidiči počkat, než na semaforu bude zelená. V celé kapitole počítáme ztrátu tak, že jsme směr zleva doprava navrhli tak, aby ztráta byla 0 s (případně navazujícího SP3 5 s). Proto vypočítaná ztráta je pouze ve směru zprava doleva. V praxi to znamená, že všichni řidiči kteří pojedou zleva doprava nebudou muset zastavit. Zastavili by pouze v případě, že by navazující plán byl SP3 a pokud by se nacházeli v poslední sedmině svazku. Naopak někteří řidiči v opačném směru by museli zastavit na obou křižovatkách. Proto lze výslednou ztrátu rozdělit mezi oba dva směry. Takže by ve směru zleva doprava byla ztráta například 9 s a ve směru zprava doleva by byla ztráta 10 s. Tím docílíme velice nízké ztráty a průjezd 930 m dlouhého úseku se dvěma křižovatkami lze projet s maximální 10 s ztrátou. Jelikož na grafech nemáme hodně hustý grip pro přesné odečítání ztráty (kvůli přehlednosti grafu), tak odečítáme pouze odhadem. Důležité je, že z grafu odečteme jaký SP máme použít. Přesný výpočet ztráty lze provést pomocí odvozených funkcí.



Obrázek 28: Schéma tří křižovatek s doplněnými SP.

Vidíme, že pomocí analytické metody jsme nyní schopni elegantně a rychle zvolit efektivní signální plán, bez nutnosti kreslit diagramy, jako v metodě grafické popsané v kapitole 3.

5 Koordinace zelené vlny podle Technických podmínek 81

V této kapitole ukážeme, jak probíhá návrh zelené vlny v praxi. Řekneme, jaké další vstupy jsou potřebné k tomu, aby byla koordinace splněna. Tyto informace jsem získal z dokumentu TP 81 [2] a díky konzultacím s pány doc. Ing. Dušanem Teichmannem, Ph.D. a Ing. Filipem Treslerem, Ph.D.

5.1 Volba progresivní rychlosti

Již v úvodu jsme řekli, že progresivní rychlost slouží pro návrh zelené vlny. Z dokumentace TP 81 navíc vyplývá, že je nutné brát ohled na těžká nákladní vozidla, velká stoupání, úzké jízdní pruhy, malé oblouky, špatnou kvalitu vozovky a další faktory, které vedou k zpomalení vozidel. Proto je nutné před návrhem progresivní rychlosti všechny tyto faktory zohlednit. Při vysokém provozu není možné, aby byla progresivní rychlost dodržena. Ani použití nízké rychlosti $v = 30 \text{ km/h}$ není vhodné, poněvadž řidiči ve skutečnosti jednou rychleji. Progresivní rychlost má být volena i s ohledem na platnost nepřímé úměry ve vztahu intenzita – rychlost, tj. ve špičce nižší – z důvodů vyššího počtu aut a tím pádem nižší rychlosti koordinovaného svazku a mimo ní vyšší. Dále je vhodné brát v úvahu rozdílnou skladbu dopravního proudu v různých úsecích dne. Například kdy je větší provoz nákladních vozidel.

5.2 Volba délky cyklu

Předpokladem pro koordinaci v zelené vlně na silničním tahu je stejná délka cyklu na všech křižovatkách. V našem popisovaném textu jsme vždy volili délku cyklu 100 s. V praxi se ale používají i cykly kratší délky. Krátké cykly mohou být například navrhovány v těchto situacích:

- Na slabě zatížených komunikačních tazích, které jsou napojeny na hlavní tahy.
- SSZ (světelné signalizační zařízení) pro chodce v koordinovaném tahu zelené vlny.
- Na křižovatkách se slabším příčným provozem.

5.3 Předpoklady a okrajové podmínky

Před návrhem zelené vlny je potřeba splnit jisté předpoklady a brát v úvahu okrajové podmínky, které mohou mít podstatný vliv na výslednou koordinaci:

- Koordinovaný komunikační tah musí mít v koordinovaném směru více než jeden jízdní pruh. Tím je umožněno předjíždění pomalejších vozidel a nedojde ke tvoření kolon.
- Na komunikaci musí platit zákaz zastavení, eventuálně s omezením v průběhu dne, jelikož parkující vozidla podstatně zhoršují funkčnost zelené vlny. V případě výskytu autobusů MHD, je vhodné vybudovat zastávkový záliv.

- Pro odbočování vlevo je nutné vybudovat jízdní pruhy, aby nebyl brzděn provoz v přímém směru a aby nedocházelo k čelním srážkám s vozidly jedoucí v protisměru. Není-li možné odbočovací pruh zřídit, je nutné uvažovat o trvalém nebo alespoň časově omezeném zákazu odbočování vlevo a nabídnout též náhradní trasu pro odbočování.
- Přechody pro chodce řízené pomocí SSZ nemohou být bez započítání do koordinace zelené vlny zahrnuty.
- Je možný výskyt dalších podmínek, které vyplynou z koordinace signálních plánů několika křižovatek.

5.4 Řízení zelené vlny

5.4.1 Kontinuální řízení fáze volno

"Kontinuálním řízením se rozumí režim, kdy doba pro signál volno je stanovena podle průběžného zeleného svazku. Vyloučí se tím nutnost náhlého brzdění nečekanou změnou signálu. Přínosem je sladění rychlosti vozidel mezi křižovatkami, zvýšení bezpečnosti a kapacity komunikace." [2, s. 54]

5.4.2 Nekontinuální řízení fáze volno

"Jedná se o řízení, kdy jsou doby pro signál volno mimo průběžný zelený svazek závislé na dobách rozjezdu a brzdění. Rozjezdy a brzdění oproti zelenému svazku se vyskytují tehdy, když vzdálenosti křižovatek jinou možnost nedovolují. Jsou například vhodné:

- Jestliže se vyskytuje intenzivní odbočování, kterým by mohla být zdržena kolona vozidel.
- Je-li zapotřebí uspokojit krátkodobé požadavky vozidel MHD.
- Pro realizaci oprávněných nároků chodců a cyklistů.
- K docílení prodloužení doby pro odbočování vlevo." [2, s. 54]

5.5 Druhy koordinace v zelené vlně

5.5.1 Progresivní systém

"Za progresivní systém se považuje systém, kdy doby volna na křižovatkách následujících za sebou navazují tak, jak to odpovídá vypočtené době jízdy od stopčáry ke stopčáře" [2, s. 54] (například situace na obrázku číslo 5). "U obousměrných komunikací je pro zelenou vlnu ideální, jestliže jsou vzdálenosti dělicích bodů totožné se vzdálenostmi křižovatek, na nichž je intenzivní příčný provoz. Shody dělicích bodů a polohy křižovatek však nelze vždy docílit. V takovém případě je příčný provoz na křižovatkách možný pouze při zmenšení šířky zeleného svazku. Pro odbočující vozidla pak v místech, kde se zelené svazky nepřekrývají, vzniká možnost volného

odbočení. Pokud se zelené svazky částečně překrývají, existuje možnost dočasného bezkolizního odbočení vlevo v předem daných dobách. Chodci pak mohou v této oblasti bezpečně přecházet napříč přes hlavní směr buď pomocí dělicího ostrůvku ve dvou oddělených fázích, anebo kolizně s odbočujícími vozidly příčného směru.

U jednosměrných komunikací je návrh zelené vlny snadnější, neboť neexistují omezující podmínky vzdálenosti dělicích bodů." [2, s. 54 – 55]

"Progresivní systémy zahrnují i řízení ovládané dopravou (tzv. dynamické řízení). Je přitom zapotřebí zohlednit následující podmínky:

- Přizpůsobení pozdějšímu ukončení doby zelené tak, aby bylo zabráněno nebezpečné situaci na následující křižovatce.
- Přizpůsobení pozdějšímu začátku doby zelené při jeho přibližně nezměněné době (posunutí zelené) je zapotřebí při krátkých vzdálenostech k následující křižovatce omezit tak, aby nevyužitá ztráta zůstala co nejmenší.
- Přizpůsobení dřívějšímu začátku doby zelené je vhodné omezit, aby nebylo podporováno rozvolnění kolony vozidel.
- Přizpůsobení dřívějšímu ukončení doby zelené je vhodné upravit (např. zmenšit rozsah a zvětšit časovou mezeru) z důvodu nebezpečí, které může vzniknout v důsledku nepředvídané změny signálu před projetím konce kolony vozidel." [2, s. 55]

V naší práci předpokládáme pevné signální plány, u kterých je předem dána posloupnost fází vstupujících do křižovatky. Z podkapitoly 5.5.1 je zřejmé, že takto popsany systém je velmi podobný naší analytické metodě, ve které se také snažíme docílit toho, aby byla ztráta co nejmenší.

5.5.2 Simultánní systém

"U tohoto systému je v průběhu zelené vlny stejný signál v téže době na všech křižovatkách. Je vhodný při vzdálenostech křižovatek do 100 m. Systém umožní, aby vozidla odbočující z vedlejší komunikace vjela na hlavní a odbočování dokončila před příjezdem kolony vozidel od předcházející křižovatky." [2, s. 55]

5.6 Rychlostní signály

"Rychlostní signály doporučují rychlost, kterou může vozidlo projet následující křižovatku bez zastavení. Doporučují se:

- K vedení vozidel tak, aby k následujícímu SSZ přijela na počátek signálu volno.
- K překlenutí posunů nebo délek cyklu mezi za sebou umístěnými SSZ.

- K zabránění rozvolnění kolony vozidel při větších vzdálenostech mezi křižovatkami." [2, s. 55]

"**Signál volno** je takový signál podle vyhlášky č. 30/2001 Sb., který umožňuje účastníkovi provozu na pozemních komunikacích vstup či vjezd (pokračovat v jízdě) do uzlu." [2, s. 7]

"**Uzel** je místo s provozem řízeným světelným signalizačním zařízením (např. křižovatka, přechod pro chodce, přejezd přes tramvajovou trať, úsek komunikace s řízením provozu v jízd-
ných pruzích, úsek komunikace s řízením obousměrného provozu v jednom jízd-
ném pruhu, výjezd vozidel s právem přednostní jízdy)." [2, s. 8]

"Zpomalením prvních vozidel a zrychlením posledních vozidel lze udržet sevřenou kolonu vozidel až k následující křižovatce.

Liší-li se progresivní rychlosti v na sebe navazujících úsecích o více než 5 km/h, je vhodné používat rychlostních signálů za každou křižovatkou. Při větších odstupech křižovatek se doporučuje umístit na úseku mezi křižovatkami více návěstidel rychlostních signálů.

V praxi se ukázalo, že rychlost pod 40 km.h-1 není dodržována, a proto nemá být až na výjimky navrhována. Nelze ani používat vyšší rychlosti, než jsou dovoleny na příslušném úseku komunikace.

Na koordinovaném úseku s preferencí vozidel MHD je použití rychlostních signálů zcela nevhodné.

Při koordinaci křižovatek s dopravně závislým režimem řízení jsou rychlostní signály neúčelné. Jsou použitelné pouze za předpokladu značné degradace dopravního komfortu tohoto režimu nebo zobrazují nepravdivé údaje.

Časové body pro zapnutí rychlostních signálů mohou být určeny z diagramu dráha – čas. Trvání signálu určité rychlosti má být alespoň 5 s, aby byl zajištěn spolehlivý vjem. Doporučené rychlosti je zapotřebí okamžitě přizpůsobit změněným signálním plánům.

Nedostatečně rozeznatelné nebo nepravdivé údaje zobrazující rychlostní signály jsou škodlivé a jsou horší než žádné signály. Rychlostní signály mají být při výpadku koordinace nebo při špatných povětrnostních podmínkách na vozovce vypnuty. Ke zvýšení respektování doporučených rychlostí je vhodné instalovat na návěstidlo rychlostního signálu tabulku „Zelená vlna... km/h“.

Zvláštní případ použití rychlostních signálů představuje takzvaný signální trychtýř. Signály rychlosti jsou řazeny ve skocích tak, že vozidlům z náhodného proudu umožňují začlenění do kolon tak, aby k prvnímu SSZ dojele na signál volno. Na trase mají být návěstidla s vyznačením rychlosti umístěna ve vzdálenosti asi 200 až 300 m.

Vhodnost použití rychlostních signálů je potřebné vždy pečlivě uvážit." [2, s. 56]

5.7 Postup návrhu koordinovaného tahu užívaný v praxi

Můžeme říct, že nejdůležitější jsou 3 vstupy:

- vzdálenost mezi křižovatkami
- progresivní rychlost
- délka cyklu

Vzdálenost mezi jednotlivými křižovatkami je konstanta. Při provádění výpočtů a zakreslování diagramů se počítá s 85 % maximální povolené rychlosti v koordinovaném úseku. V praxi se většinou 100% povolené rychlosti v koordinovaném úseku nedosahuje. Důvodem jsou například různé druhy vozidel, schopnosti a vlastnosti řidičů, nerovnost na vozovce apod. Je proto důležité uvažovat, že s každým zastavením a rozjezdem progresivní rychlost klesá. Progresivní rychlost může být mezi jednotlivými křižovatkami rozdílná. Například může být část úseku ve městě a část mimo město. Dále se může měnit progresivní rychlost během dne a to vlivem saturace křižovatek/komunikace. Posledním důležitým vstupem je délka cyklu. Délka cyklu se ideálně odvíjí od požadované kapacity křižovatky (od vstupních intenzit) a použitého fázování (sled signálních plánů). Návrh signálního plánu nelze podcenit a preferovat při volbě pouze koordinaci. Například čekací dobu 120 s u vedlejších (klidně slabě zatížených) směrů většinou nelze odůvodnit pouze tím, že je třeba nutná koordinace.

Návrh koordinace je komplexní problematika. Zjednodušeně se dá postup zapsat v těchto bodech:

- Podklady – aktuální nebo výhledové intenzity a případně jejich vazby mezi křižovatkami, schéma křižovatek, změření délek mezikřižovatkového úseku mezi stopčarami koordinovaných vjezdů, odhadnutí nebo změření progresivní rychlosti.
- Návrh kapacitně dostatečných signálních plánů s ohledem na koordinaci. Někdy se nasadí jako první pevné signální plány pro ověření návrhu a až poté se začne navrhovat dynamické řízení. Počet plánů a délka cyklů vychází opět z intenzit vozidel – například cyklus délky 60 s, 80 s, 100 s.
- Nasazení koordinovaných plánů a jejich odladění. Většinou to spočívá v několikanásobném průjezdu osobním vozidlem a ověřením návrhu, případně další úpravy přímo v radiích SSZ (světelné signalizační zařízení). Někdy je možné, že jde celý koordinovaný úsek vidět z jednoho místa a lze tak odpozorovat průjezd vozidel bez nutnosti vlastního testování.

V návrhu koordinace velice záleží i na zkušenostech zpracovatele a obvykle se stane, že autor koordinace při optimalizaci narazí na protichůdné požadavky. Například, dostatečně kapacitní plán o určité délce cyklu nelze vhodně obousměrně zkoordinovat. Pak záleží na zvážení dopravního inženýra, případně požadavcích objednatele, jaké bude zvoleno řešení. Jedno z řešení může

být například upřednostnění ranní koordinace do města na úkor směru z města a odpoledne naopak. Dále je obvykle v praxi lepší, když vozidla přijedou k následujícímu signálu s předstihem a řidiči tak počkají pár sekund na zelenou a možnost pokračovat v jízdě, než když dojíždějí ke končícímu signálu volno a musejí čekat téměř celý cyklus na další signál volno, protože svítí červená. V tomto případě se už může stát nehoda, kdy narazí jedno auto do zad druhému, protože první prudce zabrzdí kvůli konci signálu volno. U reálných lokalit SSZ tak můžete narazit na fakt, že prostým pohledem na sled signálů křižovatek se může jednat o nelogický návrh, který lze ovšem obvykle vysvětlit jiným omezujícím požadavkem.

6 Exaktní algoritmy pro barvení grafů

V této kapitole ukážeme a popíšeme dva typy exaktních algoritmů pro hledání chromatického čísla. Původním záměrem této práce bylo i využití exaktních algoritmů pro obarvení grafů, které jsme v bakalářské práci barvili pouze pomocí heuristického přístupu. V průběhu práce jsme se však především zaměřili na koordinace zelené vlny.

V bakalářské práci jsme ukázali, jak převést křižovatku na graf, který jsme následně dobře vrcholově obarvili. Nejmenší možný počet barev nám říkal, kolik je potřeba minimálně fází, které budou vstupovat do křižovatky a tvořit signální plán. Barvení jsme prováděli pomocí jednoduchých heuristických algoritmů. I když se jedná o heuristický přístup, ukázalo se, že vždy výsledný počet použitých barev byl chromatickým číslem. Dokázali jsme to například nalezením kompletního podgrafu o stejném počtu vrcholů, jako nám vyšel počet barev pomocí heuristického algoritmu. V případě křižovatky jsme tuto skutečnost ukázali tak, že se například čtyři proudy navzájem protínaly (tvořily kolizní situaci). V grafu se tato skutečnost projevila jako kompletní podgraf K_4 . Obecně ale nelze říci, že heuristickým přístupem získáme chromatické číslo. Abychom mohli zaručit minimální počet barev, tedy abychom určili chromatické číslo grafu, je třeba použít exaktní algoritmy.

Exaktní algoritmy jsou založeny na metodě brute-force, neboli hledání řešení pomocí hrubé síly, protože hledání chromatického čísla je úloha NP – úplná. V případě požadavku nalezení chromatického čísla je hledáno k -obarvení grafu tak, že je n vrcholům postupně přiřazeno k barev a pokaždé se testuje, zda je obarvení přípustné. Chromatické číslo je pak nejmenší k , pro které jsme získali přípustné obarvení. Časová složitost brute-force algoritmů je až k^n , kde n je počet vrcholů v grafu. Kvůli náročné složitosti je algoritmus použitelný pouze na grafy o málo vrcholech. Většina náročnějších problémů řešených pomocí teorie grafů, může obsahovat při interpretaci problému grafem mnoho vrcholů. Proto se stává tento algoritmus v praxi nepoužitelný. Existují také rychlejší exaktní algoritmy, ale jsou komplikovanější.

6.1 Lawlerův algoritmus

Jako první si předvedeme rekurzivní Lawlerův algoritmus 1 [8] pro určení chromatického čísla, který byl prvně představen již v roce 1976 a zůstal beze změny až do roku 2003. Je založen na principu dynamického programování, kdy se postupně počítají a ukládají do pole X nalezená chromatická čísla všech podmnožin S grafu G . Časová složitost algoritmu je $O(2,4423^n)$ [6] a zároveň používá exponenciální mnoho paměti – $O(\log n \cdot 2^n)$ [6] pro uložení chromatických čísel podgrafů grafu G . Způsob plnění pole X byl v roce 2003 modifikován [6] a za ponechání paměťové složitosti, jak jsme si popsali výše, se časová složitost zmenšila na $O(2,4151^n)$. V roce 2004 stejný autor, který provedl první modifikaci Lawlerova algoritmu, navrhl další algoritmus, jehož časová složitost je $O(2,4023^n)$ a paměťová složitost je $O(2^n)$.

Na popsaných časových i paměťových složitostech lze vidět, že jejich rozdíly jsou spíše drobné, než významné. Vývoj se spíše zaměřuje na drobné zlepšení exponenciálního času.

$$\chi(G[S]) = \begin{cases} 1 + \min \{ \chi(G[S \setminus I]) \mid I \in I(G[S]) \} & \text{když } S \neq \emptyset \\ 0 & \text{když } S = \emptyset \end{cases}$$

Algorithm 1 Lawlerův algoritmus pro hledání chromatického čísla

```

1: Pole  $X$  indexujeme od 0 do  $2^n - 1$ 
2: for  $S = 0$  po  $2^n - 1$  do
3:   for přes všechny nezávislé množiny  $I$  z  $G(S)$  do
4:      $X[S] = \min(X[S], X[S \setminus I] + 1)$ 
5: return  $X[V]$ 

```

Kde $G(S)$ je podgraf indukovaný na S .

6.2 Exaktní algoritmus s polynomiální pamětí

V předchozím textu jsme si popsali časové a paměťové náročnosti exaktních algoritmů, které mají exponenciální složitosti. Nyní si ukážeme algoritmus, kterému stačí pouze polynomiální paměť, ale bude více časově náročný. Tento algoritmus [6] je založen na následujícím lemmatu:

Lemma 1 [6] *Nechť $0 < \alpha < 1$ a $G = (V, E)$ je graf s n vrcholy. Chromatické číslo grafu G je minimem z následujících dvou hodnot.*

- *minimum z $1 + \chi(G[V - I])$ přes všechny maximální nezávislé množiny I v grafu G takové, že $|I| \geq \alpha \cdot n$,*
- *minimum z $\chi(G[S]) + \chi(G[V - S])$ přes všechny množiny $S \subseteq V$ takové, že $\frac{n - \alpha \cdot n}{2} \leq |S| \leq \frac{n}{2}$.*

Hodnota α byla autory [7] stanovena na $\alpha = 0.19903$. Lemma 1 je použito v následujícím rekurzivním algoritmu, pomocí kterého získáme chromatické číslo $\chi(G)$.

Počet barev je na začátku algoritmu nastavený na počet vrcholů v grafu G . Poté se postupně generují všechny podmnožiny vrcholů S grafu G a testují se dvě podmínky.

1. První podmínka testuje, zda je podmnožina S maximální nezávislou množinou a zároveň, zda pro její velikost platí $|S| \geq \alpha \cdot n$. Pokud je podmínka splněna, funkce je rekurzivně zavolána na graf, ze kterého se odebere podmnožina S a počet barev je nastaven na minimum z počtu barev (počtu vrcholů v grafu) a návratové hodnoty tohoto volání $+ 1$.
2. Druhá podmínka slouží k zjištění, zda je velikost množiny ve stanovených mezích. Pokud ano, použije se opět rekurzivní volání, ale tentokrát dvakrát. Nejdříve na graf indukovaný množinou S a podruhé na graf, ze kterého je tato množina odebrána. Počet barev se po dokončení obou rekurzivních volání nastaví na minimum z počtu barev a součtu návratových hodnot obou rekurzivních volání.

```

pocetBarev = n
for all ( $S \subseteq V$ ) do
    if ( $S$  je maximální nezávislá množina a  $|S| \geq \alpha \cdot n$ ) then
        pocetBarev = min(pocetBarev,  $1 + \chi(G[V - S])$ )
    end if
    if  $((n - \alpha \cdot n)/2 \leq |S| \leq (n + \alpha \cdot n))$  then
        pocetBarev = min(pocetBarev,  $\chi(G[S]) + \chi(G[V - S])$ )
    end if
end for
return pocetBarev

```

Obrázek 29: Exaktní algoritmus s polynomiální pamětí

I přes to, že popsaný algoritmus využívá pouze polynomiální paměť, což by proti algoritmu se stejnou časovou složitostí byla zásadní výhoda, jeho časová složitost byla analýzou zjištěna jako $O(5, 283^n)$ [6], což je mnohem horší, než v případě algoritmů popsaných v kapitole 6. Pokud by se časem algoritmus vylepšil tak, aby si zachoval polynomiální paměť a zásadně by se snížila časová složitost, jednalo by se o algoritmus mnohonásobně využitelnější.

7 Závěr

Cílem diplomové práce bylo správné navrhnutí signálních plánů na křižovatky, které jsou součástí zelené vlny. V kapitole 2 základní informace pro pochopení koordinace zelené vlny jsme uvedli základní pojmy, popsali jsme diagram dráha – čas, pomocí kterého se zelená vlna navrhuje a ukázali několik příkladů pro demonstraci. U grafické metody jsme ukázali, jak vypočítat ztrátu pro konkrétní vzdálenost a ukázali příklad konkrétního sledu složeného ze čtyř křižovatek. Dále jsme grafickou metodu zobecnili na metodu analytickou, ve které jsme vytvořili funkci popisující ztrátu, pomocí které můžeme vyčíslit ztrátu pro libovolnou vzdálenost křižovatek a poté zakreslit po částech lineární graf, pro jednodušší odečítání vhodného signálního plánu. V předposlední kapitole jsme řekli něco o teorii plánování zelené vlny v praxi podle Technických podmínek 81. V poslední kapitole jsme popsali exaktní algoritmy, které se používají pro barvení grafů.

Nyní se podíváme, jakým způsobem se provádí volba signálního plánu v praxi a provedeme porovnání. Na konzultaci s doc. Ing. Dušanem Teichmannem, Ph.D. a Ing. Filipem Treslerem, Ph.D. z institutu dopravy jsem se dozvěděl, jak probíhá koordinace zelené vlny v praxi, její nutné předpoklady a praktická omezení pro realizaci. Poskytli mi také k nahlédnutí Technické podmínky 81, které jsem využil při zpracování kapitoly 5. Při plánování návrhu koordinace je třeba uvažovat řadu podmínek a vstupů (viz kapitola 5), aby byla koordinace co nejplynulejší. Nelze říct, že stačí pouze vhodně zvolit signální plán, aby byla koordinace efektivní. Správná volba signálního plánu je ale velice důležitým faktorem, pro plynulý průjezd koordinovaným tahem. V kapitole 5.8 jsme kompletně popsali, jak takový návrh vzniká a co všechno je třeba zohlednit. Řekli jsme si, že pro správnou volbu signálního plánu hraje důležitou roli intenzita provozu. Pokud bychom chtěli koordinovat mnoho křižovatek v různé vzdálenosti, není prakticky možné provést koordinaci na všechny křižovatky najednou. Je nutné provádět koordinaci po částech, kdy do každé části spadá několik křižovatek. Vždy záleží na konkrétní situaci.

Naše metoda řeší část komplexního problému, jež předpokládá, že signální plány máme navrženy a poté vytváříme funkce popisující ztrátu, pomocí kterých vybereme vhodný signální plán na následující křižovatce. Námi navrhovaná metoda dále předpokládá, že úsek, na který je kladen požadavek na koordinaci, splňuje předpoklady a okrajové podmínky, jako jsou například dva jízdní proudy, zákaz stání, pruhy pro odbočující vozidla a další podmínky, popsané v kapitole 5.4. Pokud jsou tyto podmínky splněny a máme navržené signální plány, můžeme aplikovat popsanou analytickou metodu a vybrat z navržených signálních plánů ten vhodný. Pomocí metody dokážeme nevhodné signální plány (s velkou ztrátou) vyřadit a pracovat s těmi, kde ztráta vyjde malá. Signální plány můžeme dále upravit třeba jejich posunutím nebo (pokud to intenzita křižovatky dovolí) snížit nebo navýšit dobu volna. Nespornou výhodou naší metody je, že se již jednou vytvořené grafy pro odečet ztráty pro signální plány ke konkrétní křižovatce dají v budoucnu použít znovu, protože může nastat situace, kde bude křižovatka stejného nebo podobného typu. Poté jen v závislosti na vzdálenosti zvolíme vhodný signální plán.

V této diplomové práci jsme ukázali metodu, pomocí které můžeme zvolit rychle a efektivně

vhodný signální plán pro křižovatku, která je součástí zelené vlny. Ukázali jsme metodu grafickou, kde je třeba pro každý signální plán zakreslit diagram a poté vybrat signální plán s co nejmenší ztrátou. Dále jsme navrhli metodu analytickou, která je zobecněním metody grafické. Pomocí analytické metody sestavíme funkci popisující ztrátu a na základě její hodnoty v závislosti na vzdálenosti dvou křižovatek, zvolíme vhodný signální plán, který odečteme z grafu popisující ztrátu. Nakonec jsme si ukázali dva exaktní algoritmy pro barvení grafů.

Literatura

- [1] GROHMANN, Jan, BAŤÁKOVÁ, Eva. *Koordinace řízení – zelená vlna* [online]. [cit. 10.10.2016]. Dostupné z: http://www.svsmp.cz/Files/svs/svetelna_signalizace/KoordinaceRizeni-ZelenaVlna.pdf
- [2] MARTOLOS, Jan *TECHNICKÉ PODMÍNKY – TP 81 Navrhování světelných signalizačních zařízení pro řízení provozu na pozemních komunikacích* [online]. [cit. 10.3.2017]. Dostupné z: <http://www.pjpk.cz/viewFile.asp?file=1542>
- [3] GeoGebra [software], jedná se o program pro kreslení grafů. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/apps/>.
- [4] Konzultace s doc. Ing. Dušanem Teichmannem, Ph.D. [cit. 10.4.2017].
- [5] Konzultace s Ing. Filipem Treslerem, Ph.D. [cit. 10.4.2017].
- [6] STREITOVÁ, Kristýna *Algoritmy pro řešení problému barvení grafu* [online]. [cit. 20.04.2017]. Dostupné z: https://dip.felk.cvut.cz/browse/pdfcache/streikri_2012bach.pdf
- [7] BODLAENDER, H. L. a D. KRATSCH *An exact algorithm for graph coloring with polynomial memory: Technická zpráva. Utrecht University: Department of Information and Computing Sciences, 2006.*
- [8] BYSKOV, Jasper Mahholm *Chromatic Number in Time $O(2.4023n)$ Using Maximal Independent Sets* [online]. [cit. 10.3.2017]. Dostupné z: <http://www.brics.dk/RS/02/45/BRICS-RS-02-45.pdf>